

3.对于A,如图2,α,β可以相交,排除A;

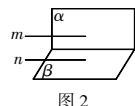


图2

对于B,如图3,α,β可以相交,可排除B;

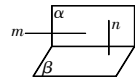


图3

对于C,如图4,α,β可以相交,可排除C.

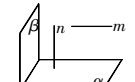


图4

故选D.
4. $AB \parallel l, m; AC \perp l, m \Rightarrow AC \perp m; AB \parallel l \Rightarrow AB \parallel \beta$.
故选D.
5. 根据平行平面的性质,不论A,B如何运动,动点C均在过C且与α,β都平行的平面上.故选D.
6. 取PB的中点M,因为△PAB,△PBC都是边长为2a的正三角形,所以AM⊥PB,CM⊥PB.
因此∠AMC为二面角A-PB-C的平面角,因为AM=CM=√3a,AC=√3a,所以∠AMC=60°.故选C.

二、填空题
7. 垂直但不相交; $8. 2\sqrt{7}$.
提示:
7. 如图5,作AO⊥平面BCD于O,连接BO并延长交DC于N,连接DO并延长交BC于M,连接CO并延长交BD于H,∴BC⊥AO,BC⊥AD,∴BC⊥平面AOD,∴BC⊥DM,同理BN⊥CD,∴O为△BDC的垂心,∴CH⊥BD,又AO⊥BD,∴BD⊥平面AOC,∴BD⊥AC.

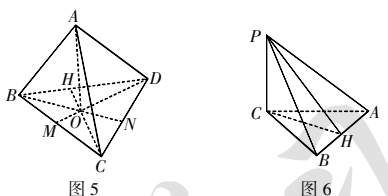


图5

8. 如图6,作CH⊥AB于H,连PH,∴PC⊥面ABC,∴PH⊥AB,PH为PM的最小值,而CH=2√3,PC=4,∴PH=2√7.故答案为:2√7.

图6

三、解答题
9. 证明:如图7,∵∠ACB=90°,∴BC⊥AC.又SA⊥平面ABC,∴SA⊥BC.又AC∩SA=A,∴BC⊥平面SAC.∴AD⊥BC.又SC⊥AD,SC∩BC=C,∴AD⊥平面SBC.

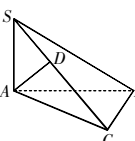


图7

10. 解:(1)图中有四个直角三角形.∴PA⊥圆O所在的平面,∴PA⊥AC,PA⊥AB,∴△PAC,△PAB都为直角三角形.∴AB为圆O直径,∴BC⊥AC,∴△ABC为直角三角形.又PA⊥BC,∴BC⊥平面PAC,从而BC⊥PC,∴△PBC为直角三角形.
(2)图中有三对互相垂直的平面.∴PA⊥圆O所在的平面α,PA⊥平面PAB,PA⊥平面PAC,∴平面PAB⊥α,平面PAC⊥α.又BC⊥AC,BC⊥PA,∴BC⊥平面PAC.又BC⊥平面PBC,∴平面PBC⊥平面PAC.
11. 解:(1):ABC-A₁B₁C₁为直三棱柱,∴平面ABC⊥平面

ACC₁A₁,∴BC⊥AC,∴BC⊥平面ACC₁A₁,∴BC⊥AM.∴AM⊥A₁B,∴AM⊥平面A₁BC,∴AM⊥A₁C,∴△CMA与△CAA₁相似,∴∠CAM=∠CA₁A.又tan∠CA₁A=AC/AA₁=√3/√6=√2/2,∴CM=CA·tan∠CAM=√6/2.
(2)如图8,设AM∩A₁C₁=D,连接BD,∴AM⊥BD,∴∠CDB即为二面角B-AM-C的平面角.在△ACM中,求得CD=1,∴△BCD为等腰直角三角形,故∠CDB=45°.

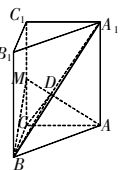


图8

12. 证明:(1):AD//BC,AD⊂平面ADMN,BC⊄平面ADMN,∴BC//平面ADMN.∴平面ADMN∩平面PBC=MN,BC⊂平面PBC,∴BC//MN,∴AD//MN,∴ED//MN.∴N是PB的中点,E是AD的中点,底面ABCD是边长为2的菱形,∴ED=MN=1,∴四边形EDMN是平行四边形,∴EN//DM.∴EN⊄平面PDC,DM⊂平面PDC,∴EN//平面PDC.
(2):侧面PAD是正三角形,且与底面ABCD垂直,E为AD的中点,∴PE⊥AD,PE⊥EB,PE⊥BC.∴∠BAD=60°,AB=2,AE=1,∴BE=√3,∴BE⊥AD.∴由AD//BC,可得BE⊥BC.∴BE∩PE=E,∴BC⊥平面PEB.
(3):由(2)知BC⊥平面PEB,PB⊂平面PEB,EN⊄平面PEB,∴PB⊥BC,BC⊥EN.∴BC//MN,∴PB⊥MN.∴AP=AB=2,N是PB的中点,∴PB⊥AN.∴MN∩AN=N,∴PB⊥平面ADMN.∴PB⊄平面PBC,∴平面PBC⊥平面ADMN.

提升练

一、选择题
1-6.CCBABC.
提示:

1. 由题意,取MN的中点O,易知∠AOC就是二面角A-MN-C的平面角,由条件可知,∠AOC≠90°,所以平面CMN与平面AMN不垂直.故选C.
2. A,B,D均不一定.故选C.
3. 如图9,取AC中点O,连接DO,BO,BD,则DO=BO=1/2AB=1/2. DO⊥AC,BO⊥AC,∴∠DOB

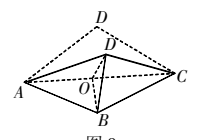


图9

是将这个菱形沿AC折成60°的二面角的平面角,∴∠DOB=60°,∴B,D两点的距离为BD=1/2.故选B.
4. 可得AC⊥SB,则PE可为△SBC中平行于SB的中位线.
5. 由于几何体为正四棱锥,故△APB≌△CPB.如图10,在△APB,△CPB内分别作PB边上的高AE,CE.故∠AEC是二面角A-PB-C所成二面角的平面角.设AB=BC=1,则AC=√2.由于∠APC=60°,故PA=PC=AC=√2,则PB=√2.由S_{△APB}=√7/4,得1/2·AE·PB=√7/4,即AE=√7/2,则CE=AE=√7/2.

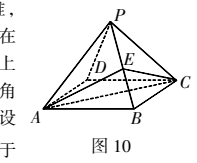


图10

理由如下:
如图13,在平面ABC内,过点B作BE⊥AC,垂足为E.在平面PAC内,过点E作DE//PA交PC于点D,连接BD,由PA⊥平面ABC,知PA⊥AC,∴DE⊥AC,∴DE∩BE=E,∴AC⊥平面DBE,∴BD⊥平面DBE,∴AC⊥BD.在△ABC中,AB=BC=1,点E为AC的中点,则点D为PC的中点.在Rt△APC中,AP=1,AC=√2,∴PC=√3,∴PD=√3/2.

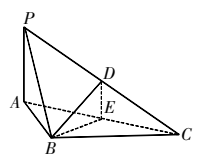


图13

在△AEC中,cos∠AEC=7/8-2/8=5/8,∴∠AEC=arccos(5/8).
1/7.故选B.

6. 如图11所示,因为E,F分别为AB,BC的中点,所以BD⊥EF.
如图12,因为DA⊥AE,DC⊥CF,所以折叠后DP⊥PE,DP⊥PF,所以DP⊥平面PEF,所以①正确;由DP⊥平面PEF,EF⊂平面PEF,得DP⊥EF,所以②正确;由DP⊥平面PEF,根据过一点有且只有一条直线垂直于一个平面,所以DG⊥平面PEF是不正确的,所以③不正确;由PE⊥PF,PE⊥DP,可得PE⊥平面DPF.又DF⊂平面DPF,所以PE⊥DF,所以④正确;由PE⊥平面DPF,又PE⊂平面PDE,所以平面PDE⊥平面DPF,所以⑤正确.

综上所述,正确的结论序号为①②④⑤.故选C.

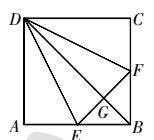


图11

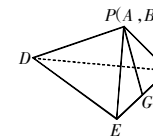


图12

二、填空题
7. $\frac{4\sqrt{41}}{41}$; 8. ②④.
提示:
7. ∴PA⊥平面ABC,∴PA⊥BC.又BC⊥AC,∴BC⊥平面PAC,∴∠BPC为直线PB与平面PAC所成的角.在Rt△PAB中,PA=4,AB=5,∴PB=√41.在Rt△ABC中,AC=3,AB=5,∴BC=4,∴sin∠BPC=BC/PB=4√41/41.

8. 对于①,根据线面垂直的判定定理,需要一条直线垂直于平面内两条相交的直线,故不正确;对于②,a⊂α,A垂直于β内的任意一条直线,满足线面垂直的定理,即可得到α⊥β,故正确;对于③,α⊥β,α∩β=a,α∩γ=b,则a⊥b或a//b,或相交,故不正确;对于④,可以证明α//β,故正确.故答案为:②④.

三、解答题
9. 证明:∵SA⊥平面ABCD,AD⊂平面ABCD,∴SA⊥AD.在矩形ABCD中,AB⊥AD,又AB∩SA=A,∴AD⊥平面SAB,∴AD⊥AE.又∵BC//AD,∴BC⊥AE.又SB⊥AE,SB∩BC=B,∴AE⊥平面SBC,∴AE⊥SC.又EF⊥SC,EF∩AE=E,∴SC⊥平面AEF,∴AF⊥SC.
10. 解:(1)由题意知AB=BC=1,AC=√2,∴AB²+BC²=AC²,∴AB⊥BC.∴PA⊥平面ABC,∴PA⊥BC.∴PA∩AB=A,∴BC⊥平面PAB.
(2)点D为PC的中点,且PD=√3/2时,使得AC⊥BD.

山西出版传媒集团主管 山西三晋报刊传媒集团主办 学习报社编辑出版 总编辑 苗俊青 国内统一刊号 CN14-0708/(F)

第13期《堂堂清》
§1 简单几何体
1.C. 2.B. 3.A. 4.B. 5.圆柱.
6.图3(1)是在长方体上面放置了一个圆柱,二者拼接而成;图3(2)是一个长方体中挖去一个圆柱.
§2 三视图
1.C. 2.5. 3.A. 4.B. 5.C. 6.A.
§3 直观图
1.B. 2.D. 3.B. 4.B. 5.略. 6.2+√2.
同步分层能力测试题(一)
基础练

一、选择题
1-6.CADADC.
提示:
2. 由物体同一时刻物高与影长成比例,且矩形对边相等,梯形两底不相等,得到投影不可能是等腰梯形.故选A.
3. 在各自的三视图中,①正方体的三个视图都相同;②圆锥有两个视图相同;③三棱柱的三个视图都不同;④正四棱锥有两个视图相同.故选D.
4. 截面圆半径r=15cm,球半径R=25,∴球心到截面的距离d=√(R²-r²)=20cm.故选A.
5. 由题意可知,如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体,小的长方体是榫头,从图形看出,轮廓是长方形,内含一个长方形,并且一条边重合,另外3边是虚线,所以木构件的左视图是D.
6. 俯视图从图形的上边向下边看,看到一个正方形的底面,在底面上有一条对角线,对角线是由左上角到右下角的线,故选C.

二、填空题
7.8;2√2; 8.正四棱锥.
提示:
7. 把直观图还原成原来的图形,如图1所示,则原图形OABC是平行四边形,且OA=1,OB=2√2,∴AB=3,∴原图形的周长是2×(1+3)=8cm,原图形的面积是1×2√2=2√2cm².
8. 从俯视图可知该几何体底面是一正方形,结合主视图与左视图可知,这是一个锥体,由俯视图可知是一正四棱锥.

三、解答题
9. 解:三棱锥;剩下的是五棱柱A₁B₁BEH-D₁C₁CFG.
10. 解:这个几何体不是棱柱.
如图2,在四边形ABB₁A₁中,在AA₁上取点E,使AE=2;在BB₁上取点F使BF=2,连接CE,EF,CF,则过C,E,F的截面将几何体分成两部分,其中一部分是棱柱ABC-EFC₁,其棱长为2;截去的部分是一个四棱锥C₁-EA₁B₁F.
11. 解:由几何体的三视图可知,此几何体是组合体,是从一个圆柱中挖去一个以圆柱的上底面为底面、下底面圆心为顶点的圆锥而得到的,它的实物图如图3所示.

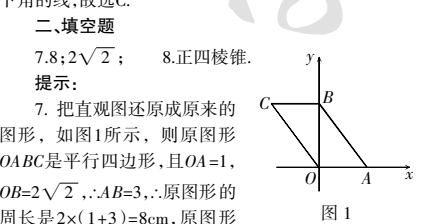


图1

二、填空题
7.a;2a;
8.8.
提示:
7. 画出圆台轴截面,如图6,由题设∠OPA=30°,AB=2a,设O₁A=r,PA=x,则OB=2r,∴r=x/2,∴r=a,∴两底面半径分别为a,2a.

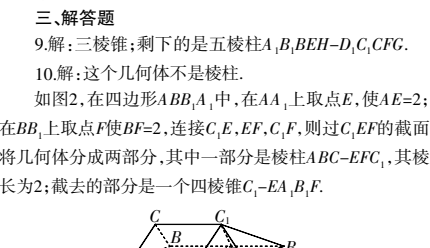


图2

12. 解:如图,连接A₁C₁,BC₁,易得EF//A₁C₁,GH//BC₁,∴A₁C₁与BC₁所成角即为所求,连接A₁B,易知△A₁BC₁为等边三角形,∴异面直线EF与GH所成的角的大小等于60°.
§4.2 空间图形的公理
1.A. 2.C. 3.D. 4.C. 5.B. 6.D. 7.D.

12. 解:如图4所示.
主视图 左视图
俯视图
图4
提升练
一、选择题
1-6.DDABBA.
提示:
1. ∴这两条直线不平行,∴其平行投影不可能是两个点,若想出现两个点,这两条直线需要同时与投影面垂直,这样两条线就是平行关系,与已知矛盾.故答案为D.
2. 注意正六边形的中心到各顶点的距离相等且等于边长.故选D.
3. 根据三视图,甲、乙、丙对应的几何体分别是圆柱、三棱锥和圆锥.故选A.
4. 把平面图还原是一个三棱台,两个三角形分别为上下底面,所以与数对应的是学.
5. 如图5所示,连接BN,CN.

∴正四面体的四个面都是正三角形,∴BN=CN,∴MN⊥BC.在Rt△NMC中,MN=√((√3a/2)²-(a/2)²)=√2a/2.故选B.
6. 将三视图还原,可知几何体是一个轴截面的顶角为120°的半圆锥,故过其顶点的截面面积S≤1/2×2×2×sin90°=2.故选A.

二、填空题
7.a;2a;
8.8.
提示:
7. 画出圆台轴截面,如图6,由题设∠OPA=30°,AB=2a,设O₁A=r,PA=x,则OB=2r,∴r=x/2,∴r=a,∴两底面半径分别为a,2a.

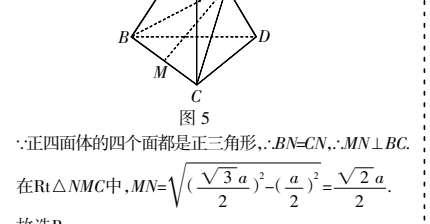


图5

6. 将三视图还原,可知几何体是一个轴截面的顶角为120°的半圆锥,故过其顶点的截面面积S≤1/2×2×2×sin90°=2.故选A.

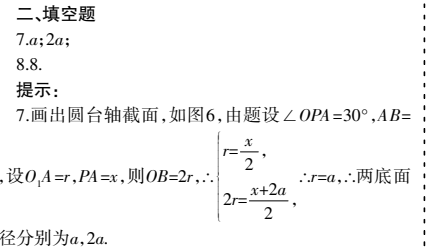


图6

8. 几何体的俯视图是一个梯形,上底是1,下底是3,两腰是2,周长是1+2+2+3=8.
三、解答题
9. 解:主视图中底边长为20,即为圆的直径,所以S_圆=π·(20/2)²=100π,母线l=√(30²+(20/2)²)=10√10.
10. 解:(1)当AD>BC时,得到的几何体是一个圆柱上叠加一个同底的圆锥,其三视图如图7.
主视图 左视图
俯视图
图7
(2)当AD=BC时,旋转后几何体为圆柱,其三视图如图8.
主视图 左视图
俯视图
图8
(3)当0<AD<BC时,其旋转所得几何体为圆柱中挖去一个同底的圆锥,其三视图如图9.
主视图 左视图
俯视图
图9
(4)当A,D重合时,如图10,其旋转体为圆柱中挖去一个同底等高的圆锥,其三视图如图11.
主视图 左视图
俯视图
图11

