

学习报 高中数学 全国教辅类一级报纸 北师大必修1 2019-2020 第1-4期 教师用报指南 2019年7月3日

D.满足函数的定义,是函数图像,故选D.

2.要使函数有意义,则得... 故选C.

3.函数h=f(t)是关于t的减函数,故排除C、D,则一开始,h随着时间的变化而变慢,超过一半时,h随着时间的变化而变快,故对应的图像为B. 故选B.

4.∵f(x)=3x^2-2(m+3)x+m+3的值为[0,+∞), ∴Δ=4(m+3)^2-12(m+3)=0, 解得m=0,或m=-3, 则实数m的取值范围为[0,-3]. 故选A.

5.依题意对称轴x=a/2≤1,解得a≤2. 故选D.

6.当x∈(1,+∞)时,若幂函数y=x^α的图像全在直线y=x下方,则指数α<1;若幂函数为增函数,则指数α>0,即指数α∈(0,1). 故选A.

7.由f(x)={-2x^2,x<0, 2x^2,x≥0, 作出图像知,B正确. 故选B.

8.∵函数y=f(x+1)的定义域为[-2,3],∴x∈[-2,3], 则x+1∈[-1,4],即函数f(x)的定义域为[-1,4].再由-1≤2x-1≤4,得0≤x≤5/2.∴函数y=f(2x-1)的定义域为[0,5/2]. 故选A.

9.由y=f(x+2)是偶函数知,f(x+2)=f(-x+2),从而f(x)的对称轴是x=2.∴f(1/2)=f(7/2)结合y=f(x)在(0,2)上是减函数知y=f(x)在(2,4)上是增函数,∴f(5/2)<f(3)<f(7/2)=f(1/2). 故选A.

10.∵f(x)=x^2-3x-4=(x-3/2)^2-25/4, ∴f(3/2)=-25/4,又f(0)=-4,故由图1可知:m的值最小为3/2,最大为3,即m的取值范围是[3/2,3]. 故选C.

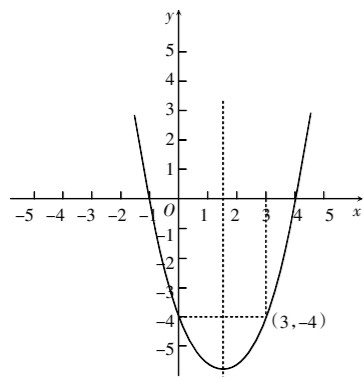


图1

11.因为f(-x)={x^2-2x,x≤0, x^2+2x,x>0} =f(x),所以f(x)是偶函数.因为f(-a)+f(a)≤2f(1),所以f(a)≤f(1),即|f(a)|≤

f(1),可解得-1≤a≤1. 故选C.

12.∵y=x^2+2x=(x+1)^2-1,∴可画出图像如图2所示. 由x^2+2x=3,解得x=-3,或x=1;又当x=-1时,(-1)^2-2=-1. ①当a=-3时,b必须满足-1≤b≤1,可得点(a,b)在坐标平面内所对应点组成图形的长度为|AB|=1-(-1)=2; ②当-3<a≤-1时,b必须满足b=1,可得点(a,b)在坐标平面内所对应点组成图形的长度为|BC|=(-1)-(-3)=2.如图3所示.故选C.

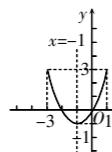


图2

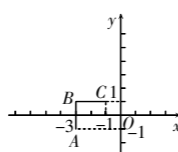


图3

二、填空题

13. 3/4

14. |-4, 0|

15. 16;

16. -7.

提示:

13.由分段函数得f(1/2)=1/2^2-1/4-1=3/4.

则f(-3/4)=-(-3/4)^2=3/4, f(f(1/2))=f(3/4)=3/4.

14.全集U={x∈Z|-2<x<3}, A={-1, 1}, ∴C\_U A={0, 2}.

∵f(x)=-x^2, x∈C\_U A, 即x∈{0, 2}, 当x=0时, 函数f(0)=0; 当x=2时, 函数f(2)=-4. ∴函数f(x)的值为{-4, 0}.故答案为{-4, 0}.

15.∵幂函数f(x)=x^{m^2-2m-3} (m∈Z)为偶函数,且在区间(-∞, 0)上递增,

∴f(x)在(0, +∞)上单调递减.∴m^2-2m-3<0, 即-1<m<3.又m∈Z, ∴m=0, 1, 2.当m=0时, f(x)=x^{-3}是奇函数, 不满足题意; 当m=1时, f(x)=x^{-4}=1/x^4是偶函数, 且在区间(-∞, 0)上单调递增, 在(0, +∞)上单调递减, 满足题意, 此时f(-1/2)=16; 当m=2时, f(x)=x^{-3}是奇函数, 不满足题意.综上所述, f(-1/2)=16.

16.由题意可知f(-6)=-f(6)=-4, f(-3)=-f(3)=1, ∴2f(-6)+f(-3)=-7.

三、解答题

17.解:(1)函数的定义域{x|x≠0}, 则f(-x)=1/(-x)^2=1/x^2=f(x), 则函数f(x)是偶函数.

(2)当x>0时, 设0<x\_1<x\_2,

则f(x\_1)-f(x\_2)=1/x\_1^2-1/x\_2^2=(x\_2^2-x\_1^2)/(x\_1^2x\_2^2), ∴0<x\_1<x\_2,

∴0<x\_1+x\_2, x\_2-x\_1>0,

则f(x\_1)-f(x\_2)=(x\_1+x\_2)(x\_2-x\_1)/(x\_1^2x\_2^2)>0,

则f(x\_1)>f(x\_2),

即函数f(x)在(0, +∞)上是减函数.

18.解:(1)经计算可知, f(2)+f(1/2)=1, f(3)+f(1/3)=1,

1. f(4)+f(1/4)=1.

(2)由(1)猜想f(x)+f(1/x)=1, 证明如下: f(x)+f(1/x)=x^2/(1+x^2)+(-1/x)^2/(1+(-1/x)^2)=x^2/(1+x^2)+1/(1+x^2)=1.

(3)原式=f(1)+[f(2)+f(1/2)]+[f(3)+f(1/3)]+...+[f(2014)+f(1/2014)]+[f(2015)+f(1/2015)]+[f(2016)+f(1/2016)]=1/2+2015=4031/2.

19.解:(1)由1-x^2≠0, 得x≠±1, 即f(x)的定义域为{x|x≠±1}. (2)f(x)为偶函数.∴f(x)的定义域关于原点对称, 且f(-x)=f(x), ∴f(x)为偶函数. (3)证明:f(x)=1/(1-x^2)=2/(1-x^2)-1, 设1<x\_1<x\_2, 则f(x\_1)-f(x\_2)=2/(1-x\_1^2)-2/(1-x\_2^2)+1=2[(x\_2^2-x\_1^2)/(1-x\_1^2)(1-x\_2^2)]=2(x\_2-x\_1)(x\_1+x\_2)/((1-x\_1^2)(1+x\_1)(1-x\_2)(1+x\_2)). ∵1<x\_1<x\_2, ∴x\_1-x\_2<0, 1-x\_2<0, 1-x\_1<0, 则f(x\_1)-f(x\_2)<0, 即f(x\_1)<f(x\_2), 则函数f(x)在(1, +∞)上是增函数.

20.解:(1)由题可得函数f(x)的对称轴为x=-2a/2a=

1. ①当a>0时, 函数f(x)的图像开口向上, f(x)在区间[2, 3]上单调递增, ∴f(x)\_min=f(3)=9a-6a+2a=1, 解得a=1/4, 不符合题意; ②当a<0时, 函数f(x)的图像开口向下, f(x)在区间[2, 3]上单调递减, ∴f(x)\_min=f(2)=4a-4a+2a=1, 解得a=-1. 综上所述, a=-1.

(2)由(1), 得f(x)=-x^2+2x+1, ∴g(x)=f(x)-mx=-x^2+(2-m)x+1, ∴函数g(x)的图像开口向下, 对称轴为x=-2-m/2=

1-m/2. ∴g(x)在[2, 4]上单调, ∴1-m/2≤2, 或1-m/2≥4. 解得m≥-2, 或m≤-6, 即实数m的取值范围是(-∞, -6]∪[-2, +∞).

21.解:(1)当x∈[12, 20]时, P=k\_1x+b\_1, 代入点(12, 26), (20, 10), 得k\_1=-2, b\_1=50, ∴P=-2x+50, 同理x∈(20, 28]时, P=-x+30, ∴周销量P(件)与单价x(元)之间的函数关系式P=-2x+50, 12≤x≤20, -x+30, 20<x≤28.

(2)y=P^2(x-10)-25={(-2x+50)(x-10)-25, 12≤x≤20, (-x+30)(x-10)-25, 20<x≤28, 当x∈[12, 20]时, y=-2(x-35/2)^2+175/2, 即x=35/2时, y\_max=175/2; 当x∈(20, 28]时, y=-(x-20)^2+75, 函数在(20, 28]上单调递减, ∴y<75.

综上所述, 当该商品的销售价格为35/2元时, 周利润最大, 最大周利润为175/2元.

22.解:(1)由题意得f(8)=f(4x2)=f(4)+f(2)=f(2x2)+f(2)=3f(2)=3. (2)原不等式可化为f(x)>3+f(x-2), ∴f(8)=3, ∴3+f(x-2)=f(8)+f(x-2)=f(8(x-2)), ∴f(x)>f(8(x-2))的解集即为所求. ∴f(x)是(0, +∞)上的增函数,

{x>0, 8(x-2)>0, 解得2<x<16/7, x>8(x-2), ∴原不等式的解集为{x|2<x<16/7}.

5. 广告经营许可证号/1400004000044

第1期

2版《堂堂清》

1 集合的含义与表示

1.A. 2.D. 3.C. 4.B. 5.A. 6.C.

7.(1)∈; ∅; (2)∈; (3)∅; ∈.

8.(1){x|x=1/2^n, n∈N, 且n≤4}.

(2){(x, y)|x+y=3, x, y∈N}.

(3){x∈R|x^2-4=0}.

(4){x∈Z|10<x<100}.

2 集合的基本关系

1.0. 2.A. 3.A. 4.C. 5.A. 6.A. 7.7.

3 集合的基本运算

1.C. 2.D. 3.C. 4.A. 5.C. 6.D. 7.D. 8.D.

9.a=2或-4, b=3.

10.{x|0<x≤1}.

3版 第一章能力测试题

一、选择题

1-6.CCBAA; 7-12.DDADCC.

提示:

1.∵集合B={x|x^2+x-2=0}={-2, 1}, ∴A∪B={-2, -1, 1}.

故选C.

2.根据集合的定义可知A, B, D均错.

故选C.

3.∵集合B={x|x^2=x}, ∴集合B={0, 1}; 集合A={-1, 0, 1}, ∴B⊆A.故选B.

4.由题意得A∪B={0, 1, 2, 3, 4, 5}, A∩B={1, 2, 4}, 所以C\_U(A∩B)={0, 3, 5}.

故选A.

5.由题意, A={2, 3, 5, 6}, B={1, 3, 4, 6, 7}, A∩B={3, 6}, ∴M={x|x∈A, 且x∉B}={2, 5}.

故选A.

6.根据集合自身是自身的子集, 可知①正确; 根据集合无序性可知②正确; 根据集合与集合之间的关系可知③⑤不正确; 根据元素与集合之间的关系可知④正确; 根据空集是任何集合的子集可知⑥正确, 即正确的关系式个数为4个. 故选C.

7.阴影部分对应的集合为{x|x∈A∪B且x∉A∩B}, ∴A∪B={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, A∩B={3, 4, 5}, ∴阴影部分的集合为{1, 2, 6, 7}, 故选D.

8.∵集合A={1, 2, 3, 6, 9}, B={3|x∈A|={3, 6, 9, 18, 27}, C={x∈N|3x∈A|={1, 2, 3}, ∴B∩C={3}.

故选D.

9.∵A⊆B, A⊆C, B={1, 2, 3, 4, 5}, C={0, 2, 4, 6, 8}, ∴A⊆(B∩C).∴B∩C={2, 4}, ∴A⊆{2, 4}, ∴A不可能是{1, 2}.

故选A.

10.由已知得P={2, 1, 4, 6, 3, 8}, 故集合P的真子集的个数为2^6-1=63.

故选D.

11.∵A∩B={-1}, ∴-1∈B.由B={2a-1, |a-2|, 3a^2+4}, 可知2a-1=-1, 即a=0.

故选C.

12.∵集合A={-2, 1}, B={-1, 2}, 定义集合A⊙B={x|x=x\_1x\_2, x\_1∈A, x\_2∈B}, ∴A⊙B={2, -4, -1}, 故A⊙B中所有元素之积为2×(-4)×(-1)=8.

故选C.

二、填空题

13.(1)∅, ∈; (2)∈, ∈; (3)∅, ∈;

14.4;

15.4;

16.96.

提示:

13.(1)因为5√2>6, 所以5√2∉A; 因为√2<6, 所以√2∈A; (2)因为n为正整数, 所以由3^2+1=10, 得10∈B; 当n=2时, 2^2+1=5, 所以5∈B; (3)因为集合C中的元素是有序实数对, 而-1不是数对, 所以-1∉C, 而(-1, -1)是有序实数对, 且(-1)^2-2=-1, 所以(-1, -1)∈C.

14.∵A∩B={4}, ∴a=4. 故答案为4.

15.由条件A∩C=B∪C, 可知:B⊆(B∪C)=(A∩C)⊆C⊆(B∪C)=(A∩C)⊆A, 则符合条件的集合C的个数即为集合{3, 4}的子集的个数, 共4个.

16.易知, 当A\_1={1, 2, 3, 4, 15}, A\_2={5, 6, 7, 8, 14}, A\_3={9, 10, 11, 12, 13}, X\_1+X\_2+X\_3的最大值为57.

当A\_1={1, 4, 5, 6, 7}, A\_2={3, 12, 13, 14, 15}, A\_3={2, 8, 9, 10, 11}, X\_1+X\_2+X\_3的最小值为39.

故答案为96.

三、解答题

17.解:因为2∈M, 所以3x^2+3x-4=2, 或x^2+x-4=2. 当3x^2+3x-4=2, 即3x^2+3x-6=0时, x=-2, 或x=1. 经检验, 可知x=-2, x=1都不满足集合元素的互异性, 所以舍去;

当x^2+x-4=2时, 即x^2+x-6=0, x=-3, 或x=2. 经检验, 可知x=-3, x=2都符合题意. 所以x=-3, 或x=2.

18.∵集合A={2, a^2+1, a^2-a}, B={0, 7, a^2-a-5, 2-a}, 且5∈A, 当a^2-a=5时, 集合B中有两个相同的元素, 舍去.

∴a^2+1=5, 解得a=±2, 当a=2时, A={2, 5, 2}, 不成立;

当a=-2时, A={2, 5, 6}, B={0, 7, 1, 4}, 成立. ∴集合B={0, 1, 4, 7}.

19.解:(1)∵集合A={x|2m-1<x<m}, 集合B={x|x-4≤x≤5}, ∴当m=-3时, A={x|x-7<x<-3}, ∴A∪B={x|x-7<x≤5}.

(2)若A=∅, 则m≤2m-1, 解得m≥1. 若A≠∅, 则m>2m-1, 解得m<1. 要使A∩B=∅, 则m≤-4, 或2m-1≥5, 解得m≤-4, 或m≥1.

综上, 实数m的取值范围是m≤-4, 或m≥1.

20.解:在1到200这200个整数中既不是2的倍数, 又不是3的倍数, 也不是5的倍数的整数共有54个.理由如下:

集合A表示1到200中是2的倍数的数组成的集合, 集合B表示1到200中是3的倍数的数组成的集合, 集合C表示1到200中是5的倍数的数组成的集合, 则A中元素个数为100, B中元素个数为66, C中元素个数为40, A∩B中元

素个数为33, A∩C中元素个数为20, B∩C中元素个数为13, A∩B∩C中元素个数为6, 所以1到200中既不是2的倍数, 又不是3的倍数, 也不是5的倍数的整数有200-(100+66+40-33-20-13+6)=54个.

21.解:因为集合A={x|x=2k, k∈Z}, 且a∈A, 所以a=2k\_1, k\_1∈Z.

因为B={x|x=2k+1, k∈Z}, 且b∈B, 所以b=2k\_2+1, k\_2∈Z.

所以a+b=2k\_1+2k\_2+1=2(k\_1+k\_2)+1, 而k\_1+k\_2∈Z, 所以a+b∈B, 从而a+b∈A.

22.解:(1)若a=-1, 则B={x|-2≤x≤1}, A={x|x≤-1, 或x≥5}, 则A∩B={x|-2≤x≤-1}, A∪B={x|x≤1, 或x≥5}.

(2)因为A∩B=B, ∴B⊆A. 若B=∅, 则2a>a+2, ∴a>2;

若B≠∅, 则{a≤2, a+2≤-1, 或{a≤2, 2a≥5, ∴a≤-3.

综上所述, a>2, 或a≤-3.

第2期

2版《堂堂清》

2.1 函数的概念

1.D. 2.3+√2. 3.D. 4.D. 5.A. 6.D. 7.B. 8.(1)[1, 2)∪(2, +∞); (2)(-1, +∞).

9.C. 10.解:(1)A中的元素0在B中没有对应元素, 故不是集合A到集合B的函数.

(2)对于集合A中的任意一个整数x, 按照对应关系f:x→y=x^2在集合B中都有唯一一个确定的整数x^2与其对应, 故是集合A到集合B的函数.

(3)集合A中的负整数没有平方根, 故在集合B中没有对应的元素, 故不是集合A到集合B的函数.

(4)对于集合A中任意一个实数x, 按照对应关系f:x→y=0在集合B中都有唯一一个确定的数0和它对应, 故是集合A到集合B的函数.

11.(1)[-4, 1)∪(1, +∞). (2)f(-1)=-3-√3; f(12)=38/11.

2.2-2.3 函数的表示法, 映射

1.D. 2.A. 3.B. 4.D. 5.C. 6.B. 7.(-3, 1). 8.D. 9.解:(1)列表法:

x/张	1	2	3	4	5
y/元	20	40	60	80	100

(2)图像法:如下图所示.

(3)解析式法:y=20x, x∈{1, 2, 3, 4, 5}.

10.y=-1/2x+5, x∈(0, 5).

11.(1)f(x)=2/3x-x/3 (x≠0); (2)f(x)=1/3x^2-2x.

3版 同步分层能力测试题(一)

基础练

一、选择题

1-6.CBACBA.

提示:

1.选项A前者的定义域为|x|≠3,而后者的定义域为R;选项B前者的对应关系为y=|x|-1,而后者为y=x-1;选项D前者的对应关系为y=2x+1,而后者为y=2x-1.

故选C.

2.①中当x>0时,每一个x的值对应两个不同的y值,因此不是函数图像;②中当x=x\_0时,y的值有两个,因此不是函数图像;③④中每一个x的值对应唯一的y值,因此是函数图像.

故选B.

3.令t=1/2 x-1,则x=2t+2,即f(t)=4t+7.又∵f(m)=6,即4m+7=6.∴m=-1/4.

故选A.

4.要使函数有意义,则{x-1/2≠0, x+2≧0},即{x≠1/2, x≧-2}.

且x≠1/2,即函数f(x)的定义域为[-2, 1/2)∪(1/2, +∞).

故选C.

5.根据题意有{2x+y=1/6, xy=-1/6},解得{x=1/3, y=-1/2},或{x=-1/4, y=2/3}.

故点(1/6, -1/6)的原像是(1/3, -1/2),或(-1/4, 2/3).

故选B.

6.f(f(3))=f(2/3)=(2/3)^2+1=13/9.

故选A.

二、填空题

7.2;

8.(-1, -1/2).

提示:

7.由题意f(0)=3, f(f(0))=f(3)=-1, f(f(f(0)))=f(-1)=2,故答案为2.

8.由已知得-1<2x+1<0,得-1<x<-1/2,所以函数

f(2x+1)的定义域为(-1, -1/2).

三、解答题

9.解:(1)不相等.因为f(x)=x^2-4/(x-2)=x+2(x≠2),而g(x)=x+2的定义域为R,所以它们的定义域不同,故不相等.

(2)相等.因为f(x)=√(x+2)^2=|x+2|,它与g(x)=|x+2|的对应关系、定义域相同,所以它们是相等的.

(3)不相等.因为f(x)=√(x+1)·√(x-1)的定义域为|x|≥1,而g(x)=√(x+1)(x-1)的定义域为|x|≤-1或x≥1,两函数的定义域不同,故不相等.

10.解:(1)f(-4)=-2, f(3)=6, f(f(-2))=f(0)=0.

(2)当a≤-1时,由a+2=10,得a=8,不符合;当-1<a<2时,由a^2=10,得a=±√10,不符合;当a≥2时,由2a=10,得a=5,所以a=5.

11.解:(1)f(x)的图像(草图)如图1,令f(x)=0,得图像与x轴的交点为(-3,0),(1,0),则由图像,得f(x)>0的解集为(-∞, -3)∪(1, +∞), f(x)≤0的解集为[-3, 1].

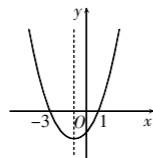


图1

(2)不等式ax^2+bx+c≥0的解集为(-∞, x\_1]∪[x\_2, +∞), ax^2+bx+c<0的解集为(x\_1, x\_2).

12.解:根据题意得当直线l从经过点B的位置移动到经过点A的位置时,0≤x≤2, y=1/2 x^2;

当直线l从经过点A的位置移动到经过点D的位置时, 2<x≤4, y=1/2 x^2+(x-2)·2, 即y=2x-2, 所以阴影部

分的面积y与x的函数关系式为y={1/2 x^2, x∈[0, 2], 2x-2, x∈(2, 4]}.

图像如图2所示:

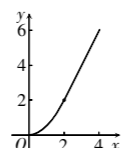


图2

提升练

一、选择题

1-6.CBBCAB.

提示:

1.不同的房价对应着不同的住房率,也对应着不同的收入,因此求出4个不同房价对应的收入,然后找出最大值对应的房价即可.

故选C.

2.令1/x=t, 则x=1/t, f(t)=1/t = 1/(1-1/t) = 1/(t-1), ∴f(x)=1/(x-1).

故选B.

3.当x=0时,y=0,排除A,C选项.当x=1时,y=3/2,排除D选项.

故选B.

4.A中f(2x)=|2x|=2|x|=2f(x), B中f(2x)=2x-|2x|=2f(x), C中f(2x)=2x+1≠2f(x), D中f(2x)=-2x=2f(x), 故选C.

5.对于A,函数的定义域与值域都是[0, 2],满足题意;对于B,函数的定义域是[0, 2],值域是[1, 2],不满足题意;对于C,函数的定义域是[0, 2],值域是[1, 2],不满足题意;对于D,函数的定义域是[0, 2],值域是[1, 2],不满足题意.

故选A.

6.当a^2-2a-3≠0时,f(x)为二次函数,其值域不可能为R;当a^2-2a-3=0时,得a=-1,或a=3.若a=-1,则f(x)=-4x+1适合;若a=3,则f(x)=1不合题意.

故选B.

二、填空题

7.|-1, 1.4|;

8.f(x)=2x+8/3或f(x)=-2x-8.

提示:

7.由f(0)=-1, f(1)=1, f(2)=4,得f(x)∈|-1, 1.4|.

8.设f(x)=ax+b(a≠0),则f(f(x))=f(ax+b)=a^2 x+ab+b.

∴{a^2=4, ab+b=8},解得{a=2, b=8/3},或{a=-2, b=-8}.

三、解答题

9.解:(1)由题设,得f(bx)=b^2 x^2+2bx+a=9x^2-6x+2恒

成立,则{b^2=9, 2b=-6},解得{a=2, b=-3}为所求.

(2)由(1),得f(x)=x^2+2x+2.

∴F(x)=1/f(2x-3)=1/((2x-3)^2+2(2x-3)+2)=1/(4x^2-8x+5)=1/(4(x-1)^2+1).

注意到4(x-1)^2+1≥1,则F(x)的定义域为R,值域为(0, 1].

10.解:(1)因为f(1-x)=2x^2-x+1,设1-x=t,则x=1-t.

∴f(t)=2(1-t)^2-(1-t)+1=2t^2-3t+2,

∴f(x)=2x^2-3x+2.

(2)∴f(x-1/x)=2(x-1/x)^2+(x-1/x)+2,

∴f(x)=x^2+2(x≠0).

(3)∴f(x)是一次函数,∴设f(x)=ax+b(a≠0),则

f(f(x))=f(ax+b)=a(ax+b)+b=a^2 x+ab+b.

∴f(f(x))=4x-1,

∴{a^2=4, ab+b=-1},解得{a=2, b=-1/3},或{a=-2, b=1}.

∴f(x)=2x-1/3,或f(x)=-2x+1.

第3期

2版《课堂清》

3 函数的单调性

1.B. 2.(-∞, -1)和(-1, +∞). 3.A.

4.[3, +∞);(-∞, 3). 5.C.

6.证明:任取x\_1, x\_2 ∈ (0, +∞),且x\_1<x\_2,则f(x\_1)-f(x\_2)=

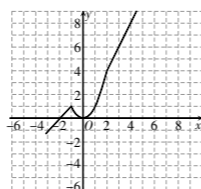
2/x\_1 - 1/x\_1 - 2/x\_2 + 1/x\_2 = (x\_1-x\_2)·(x\_1+x\_2+1)/(x\_1x\_2).

∵0<x\_1<x\_2,∴x\_1-x\_2<0, x\_1+x\_2+1/x\_1x\_2>0,∴f(x\_1)-f(x\_2)<0,

即f(x\_1)<f(x\_2).

∴函数f(x)=x^2-1/x在区间(0, +∞)上是增函数.

7.解:(1)图像如图所示:



(2)设2≤x\_1≤x\_2,则f(x\_1)-f(x\_2)=2x\_1-2x\_2=2(x\_1-x\_2)<0,即f(x\_1)<f(x\_2),所以f(x)在[2, +∞)上单调递增.

4 二次函数性质的再探究

1.y=-2(x+3)^2+2. 2.B. 3.D.

4.y=x^2-2x+1;[-14, 2]. 5.15;-1. 6.B.

7.(-∞, 0)上为增函数,在[0, 3]上为减函数.

8.解:因为函数f(x)=-x^2+4x在区间[m, 4]上的值域是[0, 4],且f(4)=0,所以函数值能取到最小值0即可.∴实数m的取值范围是[0, 2].

5 简单的幂函数

1.D. 2.-4. 3.A. 4.D. 5.B. 6.C. 7.D.

8.f(x)=x^-1. 9.(-2, 0)∪(2, 5).

3版 同步分层能力测试题(二)

基础练

一、选择题

1-6.CCCAB.

提示:

1.对于选项A, f(x)=3-x在(0, +∞)上为单调递减,不符合题意;

对于选项B, f(x)=x^2-3x=(x-3/2)^2-9/4在(3/2, +∞)上为单调递增,而在(0, +∞)上不是增函数,不符合题意;

对于选项C, f(x)=-1/(x+1)在(-1, +∞)上为单调递增,所以在(0, +∞)上是增函数,符合题意;

对于选项D, f(x)=-|x|在(0, +∞)上为单调递减,不符合题意.故选C.

2.由题意,把函数y=f(x)的图像先向左平移1个单位,即把其中x换成x+1,于是得y=(x-1)^2+1,再向上平移1个单位,即得到y=(x-1)^2+2.

故选C.

3.∵函数f(x)是奇函数,∴f(-x)=-f(x),则f(x)·f(-x)=-f(x)·f(x)=-[f(x)]^2≤0,故C正确,其他不一定正确.

故选C.

4.y=x^2-3x-4=(x-3/2)^2-25/4, 即其图像的对称轴为x=3/2, 顶点为(3/2, -25/4), 结合图像(图1)可知, 3/2≤m≤3.

故选C.

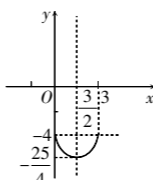


图1

5.当x<0时,-x>0,因为x>0时,f(x)=x-2013,所以f(-x)=-x-2013.因为函数f(x)是奇函数,所以f(-x)=-x-2013=-f(x),所以f(x)=x+2013.

故选A.

6.∵y=ax与y=-b/x在(0, +∞)上都是减函数,∴a<0, b<0.

∴y=ax^2+bx的对称轴x=-b/(2a)<0,∴y=ax^2+bx在(0, +∞)上为减函数.

故选B.

二、填空题

7.3;

8.(0, 2/3).

提示:

7.设幂函数y=f(x)=x^α, α∈R, 由f(4)=2f(2),得4^α=2·2^α, ∴2^2α=2^α+1,即2α=α+1,解得α=1.∴f(x)=x,即f(3)=3.

8.由题意得{-1<1-a<1, -1<2a-1<1},解得0<a<2/3, 1-a>2a-1.

三、解答题

9.解:(1)设f(x)=x^α,则8=2^α,∴α=3,∴m=f(4)=4^3=64.

(2)∵x∈[-1, 2],∴f(x)∈[-1, 8],∴g(x)∈[(1/2)^8, (1/2)^-1]=[1/256, 2].

10.先作出y=x^2-6x+8的图像,然后x轴上方的不变,x轴下方的部分关于x轴对称翻折,得到如图2, f(x)=|x^2-6x+8|的图像,由图像可知f(x)的增区间为[2, 3], [4, +∞);减区间为(-∞, 2], [3, 4].

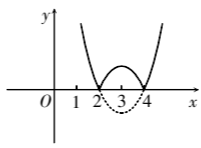


图2

11.解:(1)由题意知当0≤x≤20时,v(x)=60;当20≤

x≤200时,设v(x)=ax+b,

由已知得{200a+b=0, 20a+b=60},解得{a=-1/3, b=200/3}.

∴v(x)=-1/3 x+200/3=1/3(200-x).

综上,可得v(x)={60, 0≤x≤20, 1/3(200-x), 20<x≤200}.

(2)依题意并由(1),可得

f(x)=x·v(x)={60x, 0≤x≤20, 1/3 x(200-x), 20<x≤200}.

①当0≤x≤20时,f(x)为增函数,

∴当x=20时,f(x)取得最大值,且最大值为f(20)=1200;

②当20<x≤200时,f(x)=-1/3 x^2+200/3 x=-1/3(x-100)^2+10000/3,

∴当x=100时,f(x)取得最大值,且最大值为f(100)=10000/3.

所以f(x)的最大值为10000/3≈3333.

故当车流密度为100辆/千米时,车流量可以达到最大,且最大值为3333辆/小时.

12.解:(1)由函数f(x)的图像与y轴交于点(0, 1)知,c=1.由f(-2+x)=f(-2-x)知,函数f(x)的对称轴为x=-2/a=-1/a=2,∴a=1/2.

∴f(x)=1/2 x^2+2x+1.

(2)∵函数f(x)在(t-1, +∞)上为增加的,∴t-1≥-2,∴t≥-1为所求.

提升练

一、填空题  
1-6.BCCDD.

提示:

1.由增函数的定义,知①说法正确;

y=x^2在[0, +∞)上是增函数,在(-∞, 0)上是减函数,从而y=x^2在R上不具有单调性,所以②说法错误;

y=-1/x在(-∞, 0)和(0, +∞)上是增函数,但在整个定义域内不是增函数,所以③说法错误;

y=1/x在(0, +∞), (-∞, 0)都是减函数,但在(-∞, 0)∪(0, +∞)上不具备单调性,所以④说法错误.故选B.

2.由偶函数的定义,知[2a-1, 2a]关于原点对称,所以2a=1-2a,解得a=1/4.

又f(x)为偶函数,则2a+b=0.所以a+b=-1/4.

3.∵y=f(x)为偶函数,∴f(-1)=f(1).

∴由图得f(x)在[1, 3]上递增,

∴f(1)<f(2),即f(-1)<f(2),∴f(-1)-f(2)<0.

故选C.

4.当0≤x≤3时,f(x)=2x-x^2=-(x-1)^2+1,对称轴为x=1,抛物线开口向下.∴当x=1时,函数f(x)取得最大值1;当x=3时,函数f(x)取得最小值-3.∴-3≤f(x)≤1.当-2≤x<0时,f(x)=x^2+6x=(x+3)^2-9,对称轴为x=-3,抛物线开口向上,且函数f(x)在[-2, 0]上单调递增.∴-8≤f(x)<0.

综上,-8≤f(x)≤1,即函数f(x)的值域为[-8, 1].

故选C.

5.∵函数f(x)的定义域是实数集,f(-x)=-f(x),∴函

数f(x)是奇函数,故①正确;∵|f(x)|=|x|/(|x|+1)<1,∴-1<f(x)<1,故②正确;∵函数f(x)在(0, +∞)上可化为f(x)=1-1/(x+1),即奇函数f(x)在(0, +∞)上是增函数,∴f(x)在其定义域内是增函数,故③正确,故选D.

6.依题意,得实数a应满足{a-3<0, 2a>0, (a-3)+5≥2a},解得0<a≤2.

故选D.

二、填空题

7.(-∞, 1]∪[2, +∞);

8.(-1, 3).

提示:

7.∵函数y=x^2-2ax-3在区间[1, 2]上具有单调性,函数y=x^2-2ax-3的对称轴为x=a,∴a≤1,或a≥2,故m的取值范围为|a|≤1,或a≥2.

故答案为(-∞, 1]∪[2, +∞).

8.∵偶函数f(x)在[0, +∞)上单调递减,且f(2)=0,∴不等式f(x-1)>0等价于f(x-1)>f(2),即f(|x-1|)>f(2),∴|x-1|<2,解得-1<x<3.

三、解答题

9.证明:设x\_1, x\_2是R上的任意两个实数,且x\_1<x\_2,则x\_2-x\_1>0.

f(x\_2)-f(x\_1)=(x\_2^3+x\_2)-(x\_1^3+x\_1)

=(x\_2-x\_1)(x\_2^2+x\_2x\_1+x\_1^2+(x\_2-x\_1))=(x\_2-x\_1)(x\_2^2+x\_2x\_1+x\_1^2+1)

=(x\_2-x\_1)[(x\_2+x\_1)/2]^2+3/4 x\_1+1].

因为(x\_2+x\_1)/2+3/4 x\_1+1>0, x\_2-x\_1>0,

所以f(x\_2)-f(x\_1)>0,即f(x\_2)>f(x\_1).

因此函数f(x)=x^3+x在R上是增函数.

10.解:(1)函数f(x)为奇函数.

证明如下:

∴f(x)的定义域为R,又f(-x)=-x/(x^2+1)=-x/(x^2+1)

=-f(x),

∴f(x)=x/(x^2+1)为奇函数.

(2)函数f(x)在(-1, 1)上为单调增函数.证明如下:

任取-1<x\_1<x\_2<1,则f(x\_1)-f(x\_2)=x\_1/(x\_1^2+1)-x\_2/(x\_2^2+1)

=(x\_1x\_2+x\_1-x\_2x\_1-x\_2^2-x\_1x\_2-x\_2-x\_1)/(x\_1^2+1)(x\_2^2+1)

=(x\_1-x\_2)(x\_1x\_2-1)/(x\_1^2+1)(x\_2^2+1)

∵-1<x\_1<x\_2<1,∴x\_2-x\_1>0, x\_1x\_2-1<0,

∴(x\_1-x\_2)(x\_1x\_2-1)>0,

∴f(x\_1)<f(x\_2),故f(x)=x/(x^2+1)在(-1, 1)上为增函数.

(3)由(1)(2),可得f(2x-