指点迷津

任意取值，不“任意”

□天津 刘家良

分式的化简求值是分式一章的重要知识点，在近年来各地中考试题中涌现出了一类自选数值问题，这类问题看似简单、随意，其实不然，其间隐藏着很多玄机，下面举例说明自选数值问题的注意点.

一、在几个数值内任意取值

例1 （2019年湖北鄂州）先化简$(\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}-\frac{4}{x-2})\div\frac{x-4}{x^2-4}$，再从-1，2，3，4中选一个合适的数作为x的值代入求值.

分析：本题主要是需注意x的取值，在-1，2，3，4中选值时，要注意所选的数值必须满足：(1)使每一个分式都有意义，即每一个分式的分母都不为0，这样就排除了数2；(2)因为分式$\frac{x-4}{x^2-4}$为除式，所以该分式的值不为0，即分式的分子不为0，这样就排除了数4.

解：原式$=[\frac{x(x-2)}{(x-2)^2}-\frac{4}{x-2}]\div\frac{x-4}{x^2-4}=(\frac{x}{x-2}-\frac{4}{x-2})\div\frac{x-4}{x^2-4}=\frac{x-4}{x-2}\cdot\frac{(x+2)(x-2)}{x-4}=x+2$.

由题意，得$x-2\neq0$，$x-4\neq0$，$x^2-4\neq0$，解得$x\neq2$且$x\neq4$且$x\neq-2$.

答案不唯一，如当$x=-1$时，原式$=-1+2=1$；

当$x=3$时，原式$=3+2=5$.

二、未定范围任意取值

例2 （2019年湖南常德）先化简$(\frac{x-1}{x^2+x}-\frac{x-3}{x^2-1})\div(\frac{2x^2+x+1}{x^2-x}-1)$，再选一个合适的数代入求值.

分析：此类问题供选择的字母的值一般有无数个，只要注意排除使原式的分母为0、除式为0的值即可.本题x可取除0，-1，1以外的任何实数.

解：原式$=[\frac{x-1}{x(x+1)}-\frac{x-3}{(x+1)(x-1)}]\div\frac{2x^2+x+1-x^2+x}{x(x-1)}=\frac{(x-1)^2-(x-3)x}{x(x+1)(x-1)}\div\frac{x^2+2x+1}{x(x-1)}=\frac{1}{x(x-1)}\cdot\frac{x(x-1)}{(x+1)^2}=\frac{1}{(x+1)^2}$.

由题意，得$x^2+x\neq0$，$x^2-1\neq0$，$x^2-x\neq0$，且$\frac{2x^2+x+1}{x^2-x}-1\neq0$即$\frac{x^2+2x+1}{x^2-x}\neq0$，解得$x\neq0$，$x\neq1$，$x\neq-1$.

答案不唯一，如当$x=2$时，原式$=\frac{1}{(2+1)^2}=\frac{1}{9}$.

三、在一定范围内任意取值

例3 （2019年甘肃天水）先化简，再求值：$(\frac{x}{x^2+x}-1)\div\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$，其中x的值从不等式组$\begin{cases}-x\leqslant1,\\2x-1<5\end{cases}$的整数解中选取.

分析：首先利用分式的混合运算法则化简，然后求出不等式组的解集，确定其整数解，最后根据分式有意义的条件确定x的值代入即可.

解：原式$=-\frac{x}{x+1}\cdot\frac{x+1}{x-1}=\frac{x}{1-x}$.

解不等式组$\begin{cases}-x\leqslant1,\\2x-1<5,\end{cases}$得$-1\leqslant x<3$，则不等式组的整数解为-1，0，1，2.

由题意，得$x^2+x\neq0$，$x^2+2x+1\neq0$，$x^2-1\neq0$，解得$x\neq\pm1$，$x\neq0$.

$\therefore x=2$，$\therefore$原式$=\frac{2}{1-2}=-2$.

能力提升营 一

nenglitishengying

1. 分式$\frac{1}{x^2-2x+m}$不论x取何值总有意义，则m的取值范围是 （ ）

A.$m\geqslant1$ B.$m>1$

C.$m\leqslant1$ D.$m<1$

2. 已知x为整数，且$\frac{2}{x+3}+\frac{2}{3-x}+\frac{2x+18}{x^2-9}$为整数，则符合条件的$x$有 （ ）

A.2个 B.3个 C.4个 D.5个

3. 若x是不等于1的实数，我们把分式$\frac{1}{1-x}$称为x的差倒数，如2的差倒数是$\frac{1}{1-2}=-1$，-1的差倒数是$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$. 已知$x_1=-\frac{1}{2}$，$x_2$是$x_1$的差倒数，$x_3$是$x_2$的差倒数，$x_4$是$x_3$的差倒数，…，依次类推，则$x_{2\,020}=$ （ ）

A.$-\frac{1}{2}$ B.$\frac{2}{3}$ C.3 D.2 020

4. 有一个分式，三位同学分别说出了它的一些特点.甲：分式的值不可能为0；乙：分式有意义时，x的取值范围是$x\neq\pm1$；丙：当$x=-2$时，分式的值为1. 请你写出满足上述全部特点的一个分式：_____.

5. 若x^2-6x+9与$|y-2|$互为相反数，则$\frac{x^2}{xy-y^2}+\frac{y^2}{y^2-xy}$的值为_____.

6. 若分式A，B的和化简后是整式，则称A，B是一对整合分式.

(1)判断$\frac{-2x^2-4x}{x^2-4}$与$\frac{x^2}{x-2}$是否是一对整合分式，并说明理由；

(2)已知分式M、N是一对整合分式，$M=\frac{a-2b}{a+b}$，直接写出两个符合题意的分式N.

命题/山西 郭子义

（参考答案见下期）

思想方法

分式求值时的“整体”思维

□江苏 刘顿

对于条件分式的求值问题的一般思路是先化简，后代入计算，而对于一些特殊求值题并非是一味的化简、代入、求值.许多问题还需运用常见的数学思想，如转化思想、整体思想等，下面就常用的整体思维举例说明，供参考！

一、转化已知条件(或将待求式变形)后整体代入求值

例1 （2019年四川内江）若$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=2$，则分式$\frac{5m+5n-2mn}{-m-n}$的值为_____.

思路一：由条件变形可得到2mn的表达式，进而整体代入待求式中求解.

思路二：将待求式分子、分母同除以mn，进而可将已知条件直接代入求解.

解法一：$\because\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=2$，$\therefore2mn=m+n$，$\therefore\frac{5m+5n-2mn}{-m-n}=\frac{5m+5n-(m+n)}{-m-n}=\frac{4(m+n)}{-(m+n)}=-4$，故填-4.

解法二：$\frac{5m+5n-2mn}{-m-n}=\frac{\frac{5}{n}+\frac{5}{m}-2}{-(\frac{1}{n}+\frac{1}{m})}=\frac{5\times2-2}{-2}=-4$.

故填-4.

说明：本题若依据条件分别设$m=1$，$n=1$，利用特殊值，也能轻松求解.

二、先转化待求问题，再将条件整体代入求值

例2 （2019年北京）如果$m+n=1$，那么代数式$(\frac{2m+n}{m^2-mn}+\frac{1}{m})\cdot(m^2-n^2)$的值为（ ）.

A.-3 B.-1 C.1 D.3

思路：从表面看，待求分式的值与条件$m+n=1$无关，可试着化简分式，或许柳暗花明又一村.

解：原式$=[\frac{2m+n}{m(m-n)}+\frac{m-n}{m(m-n)}]\cdot(m+n)(m-n)=\frac{3m}{m(m-n)}\cdot(m+n)(m-n)=3(m+n)$.

$\because m+n=1$，$\therefore$原式$=3\times1=3$.故选D.

三、既要转化条件，也要转化问题，然后再整体代入求值

例3 （2019年辽宁本溪）先化简，再求值：$(\frac{a^2-4}{a^2-4a+4}-\frac{1}{2-a})\div\frac{2}{a^2-2a}$，其中a满足$a^2+3a-2=0$.

思路：将条件和问题分别进行转化，再通过整体代入求解.

解：原式$=[\frac{(a+2)(a-2)}{(a-2)^2}+\frac{1}{a-2}]\cdot\frac{a(a-2)}{2}=(\frac{a+2}{a-2}+\frac{1}{a-2})\cdot\frac{a(a-2)}{2}=\frac{a+3}{a-2}\cdot\frac{a(a-2)}{2}=\frac{a(a+3)}{2}=\frac{a^2+3a}{2}$.

$\because a^2+3a-2=0$，$\therefore a^2+3a=2$，$\therefore$原式$=\frac{2}{2}=1$.

说明：通过对本题的求解，相信你一定不会选择去解方程$a^2+3a-2=0$求a的值(本学段无法求解)，否则会使求解陷入繁琐，容易出现错误.

学习报 八年级数学华东师大 2019-2020学年 第二学期编辑计划

期数	辅导内容
25	16.1 分式及其基本性质 16.2 分式的运算
26	16.3 可化为一元一次方程的分式方程 16.4 零指数幂与负整数指数幂
27	第16章《分式》小结与复习
28	17.1 变量与函数 17.2 函数的图象
29	17.3 一次函数
30	17.4 反比例函数
31	17.5 实践与探索
32	第17章《函数及其图象》小结与复习
33	第二学期期中复习
34	18.1 平行四边形的性质
35	18.2 平行四边形的判定
36	第18章《平行四边形》小结与复习
37	19.1 矩形
38	19.2 菱形 19.3 正方形
39	第19章《矩形、菱形与正方形》小结与复习
40	20.1 平均数 20.2 数据的集中趋势
41	20.3 数据的离散程度 第20章《数据的整理与初步处理》小结与复习
42	第二学期期末复习
43～48	期末复习导航

用稿声明

《学习报》是一份多学科、多层次、多角度面向全国大中小学生及教育工作者的教辅类报纸.本报的办报方针是“紧扣课标及教材，针对年级特点和学科特色同步辅导”.本报旨在拓宽学生阅读视野，激发学习兴趣，培养高尚的人格和高雅的情趣，提升综合能力.本报诚征各学科各类教育、教辅稿件，撰稿、荐稿者请注意以下事项：

1.稿件一经采用，即视为同意将网络传播权及电子发行的权利授予本报.本报一次性支付的稿酬已包含上述授权的使用费.

2.推荐或稿件中选用他人文章时，请务必注明原稿件作者姓名和选文出处，否则不予刊登.若原出版者注明“未经许可，不得转载”，请勿推荐，来稿一律不收.推荐类稿件一经采用，本报将依据《中华人民共和国著作权法》之规定给原作者和推荐者奉寄稿酬和样报.

3.由于部分作者通讯地址不详，见报后请与我报及时联系，以便奉寄稿酬和样报.

电话：0351-3239626(总编办)或请与各编辑部联系咨询

学习报 八年级数学 全国教辅类一级报纸 华东师大 2019-2020 第25期 总第1601期 2020年1月1日
http://www.xuexibao.com
山西出版传媒集团主管 山西三晋报刊传媒集团主办 学习报社编辑出版 总编辑 苗俊青 国内统一刊号 CN14-0708/(F) 邮发代号 21-220

新知导学

学习分式的基本性质“四注意”

□山西 国峰

分式的基本性质是分式运算的基础，同学们在学习时要注意以下几点：

一、注意关键字“同”和“一个”的理解

分式的分子与分母在乘(或除以)一个整式时，分子与分母必须乘(或除以)同一个整式，否则就会犯只乘(或除以)分子(或分母)的错误，如：$\frac{2a-\frac{3b}{2}}{2a+b}=\frac{4a-3b}{2a+b}$犯的就是这种错误；或者犯所乘(或除以)不是同一个整式的错误，如：$\frac{2a-\frac{3b}{2}}{\frac{2a}{3}+b}=\frac{(2a-\frac{3b}{2})\times2}{(\frac{2a}{3}+b)\times3}=\frac{4a-3b}{2a+3b}$犯的就是这种错误.

二、注意对“不等于零”的理解

当分式的分子与分母乘(或除以)同一个整式时，如果乘(或除以)的整式是一个含有字母的式子，那么该整式的值就有可能等于0，因此在运用该性质时，要注意考虑乘(或除以)的整式是否为0.

例1 等式$\frac{1}{x-2}=\frac{x}{x^2-2x}$从左边到右边的变形是否正确？

解析：等式$\frac{1}{x-2}=\frac{x}{x^2-2x}$从左边到右边的变形，是对分式$\frac{1}{x-2}$的分子与分母都乘$x$，由于x有可能等于0，根据分式的基本性质可知已知等式从左边到右边的变形错误.

三、注意使用分式的基本性质变形分式是一种恒等变形，变形前后分式的值不变

例2 填空：$\frac{x^2+xy}{x^2}=\frac{x+y}{(\quad)}$.

解析：通过观察可以发现，分式$\frac{x^2+xy}{x^2}$的分子除以x化为$x+y$，为了保证分式的值不变，根据分式的基本性质，分母也需除以x(这里的x不为0，你知道为什么吗？)，即$\frac{x^2+xy}{x^2}=\frac{x+y}{x}$，因此应填$x$.

四、注意灵活运用分式的基本性质解题

例3 不改变分式的值，使下列分式的分子、分母都不含“-”号.

(1)$\frac{-3b}{-2a}$；(2)$\frac{-y}{3x}$；(3)$\frac{2b}{-a}$.

解析：根据分式的基本性质：

(1)改变分子、分母的“-”号，分式的值不变，即$\frac{-3b}{-2a}=\frac{3b}{2a}$；

(2)改变分子和分式本身的符号，分式的值不变，即$\frac{-y}{3x}=-\frac{y}{3x}$；

(3)改变分母和分式本身的符号，分式的值不变，即$\frac{2b}{-a}=-\frac{2b}{a}$.

例4 若$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=3$，求$\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$的值.

解析：由已知条件可知，$xy\neq0$.根据分式的基本性质，将$\frac{2x+3xy-2y}{x-2xy-y}$的分子与分母同除以$-xy$，得原式$=\frac{2(\frac{1}{x}-\frac{1}{y})-3}{(\frac{1}{x}-\frac{1}{y})+2}=\frac{2\times3-3}{3+2}=\frac{3}{5}$.

思路快车

灵活通分 巧妙加减

□山东 苗伟

在进行分式的加减运算时，通分是关键，如果直接通分，运算往往会比较繁琐；如果能注意观察题目的结构特点，适当地处理后通分，不但能化繁为简，而且可以少出差错.现举例说明如下，希望对同学们的学习有所帮助.

一、先变号，再通分

例1 化简：$\frac{x^2}{x-2}+\frac{4}{2-x}$.

分析：注意到分母$x-2$与$2-x$互为相反数，可先将$2-x$变形为$-(x-2)$，然后再通分.

解：原式$=\frac{x^2}{x-2}-\frac{4}{x-2}=\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{(x+2)(x-2)}{x-2}=x+2$.

温馨提示：在分式运算中，常见的符号变形有：$y-x=-(x-y)$，$(y-x)^2=(x-y)^2$，$(y-x)^3=-(x-y)^3$.

二、先分解因式，再通分

例2 化简：$\frac{2a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a+b}$.

分析：注意到$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$，可先将a^2-b^2分解因式，这样便于确定最简公分母，然后再通分.

解：原式$=\frac{2a}{(a+b)(a-b)}-\frac{a-b}{(a+b)(a-b)}=\frac{2a-a+b}{(a+b)(a-b)}=\frac{a+b}{(a+b)(a-b)}=\frac{1}{a-b}$.

三、先约分，再通分

例3 化简：$\frac{x^2-9}{x^2-6x+9}-\frac{6}{x-3}$.

分析：本题中第一个分式不是最简分式，分子、分母有公因式，化简时应先约分再通分.

解：原式$=\frac{(x+3)(x-3)}{(x-3)^2}-\frac{6}{x-3}=\frac{x+3}{x-3}-\frac{6}{x-3}=\frac{x-3}{x-3}=1$.

温馨提示：在分式的加减运算中，一般先将算式中的分式化成最简分式后再通分，这样可以简化运算，提高解题速度.

四、先整体处理，再通分

例4 计算：$\frac{x^2}{x-1}-x-1$.

分析：题目中既有分式又有整式，我们可以将整式看作一个整体，化成分母为“1”的式子，然后再通分比较简捷.

解：原式$=\frac{x^2}{x-1}-\frac{x+1}{1}=\frac{x^2-(x+1)(x-1)}{x-1}=\frac{x^2-x^2+1}{x-1}=\frac{1}{x-1}$.

温馨提示：当分子与多项式进行加减运算时，将整个多项式看作分母是1的分式，再通分相加减，能使运算更简便.

PDF 文件使用 "pdfFactory Pro" 试用版本创建 www.fineprint.com.cn

16.1 分式及其基本性质

自学导引

1. 分式的意义：

(1)当B_____时，分式$\frac{A}{B}$有意义；

(2)当B_____时，分式$\frac{A}{B}$无意义；

(3)当A_____，且B_____时，分式$\frac{A}{B}$的值为零.

2. (1)分式的基本性质是什么？

分式的分子与分母都乘以(或都除以)同一个_____的整式，分式的值_____；

(2)分式约分的依据是_____，分子与分母没有_____的分式称为最简分式；

(3)把几个异分母的分式分别化为与原来的分式相等的同分母的分式，称为分式的_____，分式通分的依据是_____.

课堂小练

基础训练

1. 在$\frac{1}{x}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{3xy}{\pi}$，$\frac{3}{x+y}$，$a+\frac{1}{2}$中，分式有 (　　)

A.2个　B.3个　C.4个　D.5个

2. 要使分式$\frac{3}{x+1}$有意义，x应满足的条件是(　　)

A.$x=-1$　B.$x\neq1$

C.$x>-1$　D.$x\neq-1$

3. 下列等式成立的是 (　　)

A.$\frac{b}{a}=\frac{a+n}{b+n}$　B.$\frac{a}{b}=\frac{an}{bn}$

C.$\frac{bn}{an}=\frac{b}{a}$　D.$\frac{b}{a}=\frac{b^2}{a^2}$

4. 把分式$\frac{x}{x+y}$($x\neq0,y\neq0$)的分子、分母中的x，y同时扩大2倍，那么分式的值 (　　)

A.扩大2倍　B.缩小2倍

C.改变原来的$\frac{1}{4}$　D.不变

5. 下列分式是最简分式的是 (　　)

A.$\frac{xy}{x^2}$　B.$\frac{2x+y}{x+y}$　C.$\frac{x^2-y^2}{x+y}$　D.$\frac{x^2-y^2}{x-y}$

6. 约分：$\frac{ab-2b}{a^2-4a+4}=$_____.

7. 使等式$\frac{3}{2+a}=\frac{3a}{2a+a^2}$从左到右变形成立的条件是_____.

巩固提升

8. 在三个整式x^2-1，x^2+2x+1，x^2+x中，请你从中任意选择两个，将其中一个作为分子，另一个作为分母组成一个分式，并将这个分式进行化简，再从$-\sqrt{2}\leqslant x\leqslant\sqrt{2}$的范围内选取合适的整数作为x的值代入分式求值.

自学导引

1. 我们学过分数的乘除法运算，你能通过类比进行分式的乘除法运算吗？

(1)分式的乘法法则：分式乘分式，用分子的积作为_____，分母的积作为_____.

如果得到的不是最简分式，应该通过_____进行化简.用式子表示：$\frac{b}{a}\cdot\frac{d}{c}=$_____.

(2)分式的除法法则：分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与_____相乘.用式子表示：$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=$_____.

2. 类比分数的乘方，你能得到分式的乘方法则吗？

分式的乘方，要把分子、分母分别_____.

用式子表示：$(\frac{b}{a})^n=$_____(n为正整数).

课堂小练

基础训练

1. 计算$a^5\cdot(-\frac{1}{a})^2$的结果是 (　　)

A.$-a^3$　B.a^3　C.a^7　D.a^{10}

2. 计算$\frac{x-3}{x^2-1}\div\frac{x-3}{x+1}$的结果是 (　　)

A.-1　B.$(x+1)(x-1)$

C.$\frac{x-1}{x+1}$　D.$\frac{1}{x-1}$

3. 计算$(\frac{-5x^2y}{3x})^2$的结果是 (　　)

A.$\frac{10x^4y}{6x}$　B.$\frac{25x^4y}{9x^2}$　C.$\frac{25x^4y^2}{9x^2}$　D.$\frac{-5x^4y^2}{3x^2}$

4. 计算：$\frac{x^2}{y}\cdot\frac{y}{x}=$_____.

16.2.1 分式的乘除法

5. 计算：$3xy^2\div\frac{6y^2}{x}=$_____.

6. 计算$12a^2b^4\cdot(-\frac{3a}{2b^3})\div(-\frac{a^2b}{2})$的结果是_____.

巩固提升

7. 计算：

(1)$\frac{m^2-16}{m^2+8m+16}\div\frac{m-4}{2m+8}\cdot\frac{m-2}{m+2}$；

(2)$(\frac{b}{2ax})^2\div(-\frac{ax}{3b})\cdot\frac{8a}{b^3}$.

8. 已知：$A=\frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2}\cdot(x-y)$.

(1)化简A；

(2)若$x^2+10xy+25y^2=0$，求A的值.

自学导引

1. 通过类比分数的加减运算，你能进行分式的加减运算吗？

(1)同分母的分式相加减，分母_____，分子_____.用式子表示：$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=$_____.

(2)异分母的分式相加减，先_____，变为_____的分式，然后再_____.

2. 分式的混合运算顺序：先_____，再_____，最后_____.

课堂小练

基础训练

1. 计算$\frac{a}{a+1}+\frac{1}{a+1}$的结果为 (　　)

A.1　B.a　C.$a+1$　D.$\frac{1}{a+1}$

2. 计算$\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a(a-1)}$的结果是 (　　)

A.$\frac{1}{a-1}$　B.$\frac{1}{a}$　C.$\frac{a}{a-1}$　D.$\frac{a-1}{a}$

3. 计算$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}-\frac{a+b}{ab}$的结果是 (　　)

A.0　B.$\frac{-2}{b}$　C.$\frac{-2}{a}$　D.1

4. 计算$\frac{x^2}{x+1}-\frac{1}{x+1}$的结果为_____.

5. 定义一种新运算，规则是$x*y=\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$，根据此规则化简$(m+1)*(m-1)$的结果为_____.

16.2.2 分式的加减法

6. 计算：

(1)$\frac{x^2-x}{x^2-1}+\frac{1}{x+1}$；　(2)$\frac{m}{m+n}+\frac{n}{m-n}-\frac{2mn}{n^2-m^2}$.

巩固提升

7. 若$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{9}{m+n}$，则$\frac{n}{m}+\frac{m}{n}$的值为_____.

8. 已知代数式$(\frac{x+2}{x^2-2x}-\frac{x-1}{x^2-4x+4})\div\frac{x-4}{x}$.

(1)化简这个代数式；

(2)“当$x=0$时，该代数式的值为$\frac{1}{4}$”，这个说法正确吗？请说明理由.

命题/山西　郭子义

(“自学导引”参考答案见本期，“课堂小练”参考答案见下期)

❖各科主编电话(区号0351)　数　学3239641　语　文3239630　英　语3239662　物理、化学、生物、科学3239637　道德与法治、历史3239656　小　学3239659

学习报 八年级数学华东师大

主要栏目简介

名师导学：以问答的形式引出本期所涉及内容中的重点、难点、考试热点、疑惑点、易错点，对相应基础知识进行概括整理，帮助学生牢固掌握知识点，使学生阅读后能更透彻迅速地明晰重点、难点，以加强学生对所学数学知识的理解和掌握.

概念剖析：对课本中的重要概念进行深入讲解或对易混淆的概念加以辨析.

多棱透镜：采用多种方法解答同一道数学问题，突出解题思维、分析方法，提高学生的分析、解题能力，拓展学生思维.

思路快车：通过对典型例题的分析，点拨解题思路，介绍解题方法，揭示解题规律，帮助学生提高解题能力.

益智园：介绍与数学相关的各种有趣内容，包括著名趣题、数学故事、数学谜语、数学魔术、数学游戏等，激发学习兴趣，启迪智慧.

触类旁通：精选课本中的典型例习题，力求多角度，多侧面，多层次从解题思路方面进行深度剖析，点拨、解答，分析命题意图，阐释考试知识点，指导学生掌握正确的解题思路、方法和技巧，提高学生分析问题和解决问题的能力，有利于学生快速掌握此类题目的解题思路和方法.

思维导图(一点即通)：通过对典型例题最优解法的讲解，帮助学生寻找解题突破口.对典例的分析要用框图(如关键：……，着眼点：……或突破口：……)的形式展示出来，框图内的文字语言一定要精炼，且要表达出真实、可信的思维过程.

思想方法：对一章知识中所蕴含的思想方法进行重点启发与培养.

纠错觅源：针对学生解题过程中经常出现的典型错误，给出错解，分析原因，找出症结，以达到及时诊治和预防的目的，并配以适当的跟踪练习，帮助学生及时纠正错误.

探究与发现：引导学生对课本上、试题中、生活中的研究性问题进行探索，使他们经历“观察、实验、比较、归纳、猜想”等思维活动过程，以激发学生的学习兴趣.

解题新思维：介绍针对某一知识点的独特理解或某一题目的巧妙解法，以激发学生的学习兴趣，拓宽学生思维的广度.

课堂延伸线：课外知识以及思维的适度拓展，包括教材探究问题的引申与变化.

本期2版“自学导引”参考答案

16.1 分式及其基本性质

1.(1)$\neq0$;(2)=0;(3)=0,$\neq0$.

2.(1)不等于零，不变；(2)分式的基本性质，公因式；(3)通分，分式的基本性质.

16.2.1 分式的乘除法

1.(1)积的分子，积的分母，约分，$\frac{bd}{ac}$；(2)被除式，$\frac{bc}{ad}$.

2.乘方，$\frac{b^n}{a^n}$.

16.2.2 分式的加减法

1.(1)不变，相加减，$\frac{a\pm b}{c}$；

(2)通分，同分母，加减.

2.乘方，乘除，加减.

章节同步测试题(一)

(测试范围：16.1 分式及其基本性质；16.2 分式的运算)

(本卷满分100分)

班级：_____

姓名：_____

得分：_____

一、选择题(每小题3分，共24分)

1. 若分式$\frac{(x+1)(x-2)}{x}$的值为零，则x的值是 (　　)

A.-1或2　B.-1

C.2　D.0

2. 把分式$\frac{a^2-2a+1}{1-a^2}$约分化为最简分式的结果是 (　　)

A.$\frac{a-1}{a+1}$　B.$-\frac{1-a}{a+1}$

C.$\frac{1-a}{1+a}$　D.$\frac{a+1}{-a+1}$

3. 计算$a\div\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}$的结果是 (　　)

A.a　B.a^2　C.$\frac{b^2}{a}$　D.$\frac{1}{a^2}$

4. 计算$(\frac{2x}{y^2})^3\cdot(\frac{2y}{x})^2\div(-\frac{2y}{x})$的结果是 (　　)

A.$-\frac{8x^3}{y^6}$　B.$\frac{8x^3}{y^6}$

C.$-\frac{16x^2}{y^5}$　D.$\frac{16x^2}{y^5}$

5. 下列分式化简，对于每一步运算的依据错误的是 (　　)

计算：$\frac{3a}{a+b}+\frac{a+4b}{a+b}$.

解：原式$=\frac{3a+a+4b}{a+b}$ ……①

$=\frac{4a+4b}{a+b}$ ……②

$=\frac{4(a+b)}{a+b}$ ……③

$=4$. ……④

A.①：同分母的分式加减法法则

B.②：合并同类项法则

C.③：提公因式法

D.④：等式的基本性质

6. 若$y=-x+3$，且$x\neq y$，则$\frac{x^2}{x-y}+\frac{y^2}{y-x}$的值为 (　　)

A.3　B.-3　C.1　D.-1

7. 计算$\frac{b}{a^2-b^2}+\frac{1}{2(a+b)}$的结果为 (　　)

A.$\frac{1}{2(a-b)}$　B.$\frac{1}{a+b}$

C.$\frac{1}{a^2-b^2}$　D.$\frac{a}{a^2-b^2}$

8. 小明一次回家时，前一半路程坐公共汽车，车速是他平时骑自行车速度的4倍；后一半路程步行回家，步行速度是他平时骑自行车速度的一半，则小明这一次回家所用的时间与平时骑自行车回家所用的时间相比较的结果为 (　　)

A.一样　B.多

C.少　D.无法确定

二、填空题(每小题4分，共24分)

9. 计算：$\frac{a^2}{2b}\cdot\frac{3b}{a^3}=$_____.

10. 若等式$\frac{1}{2a}=\frac{x+1}{2a(x+1)}$成立，则$x$必须满足的条件是_____.

11. 计算：$\frac{m}{m^2-1}-\frac{1}{1-m^2}=$_____.

12. 计算：$(1+\frac{1}{x-1})\div\frac{x^2+x}{x^2-2x+1}=$_____.

13. 若$a+b-3ab=0$，则$\frac{2}{a}+\frac{2}{b}=$_____.

14. 小明用电脑录入汉字文稿的速度是他手抄汉字文稿速度的4倍，若小明手抄汉字文稿的速度为m个/时，则他用电脑录入4 000字文稿比手抄少用_____小时.

三、解答题(共52分)

15. (10分)通分：

(1)$\frac{3z}{2x^2y}$，$\frac{5x}{6y^2z}$与$-\frac{2y}{3xz^2}$；

(2)$\frac{x+1}{x^2-4}$，$\frac{x}{4-2x}$与$\frac{3}{x^2-4x+4}$.

16. (15分)计算：

(1)$\frac{a^3b}{2c}\div\frac{ab^2}{c^2}\cdot(\frac{-2b^2}{ac})^2$；

(2)$\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}+\frac{2}{x+1}$；

(3)$(1-\frac{1}{x-1})\div\frac{x-2}{x-x^2}$.

17. (8分)某同学计算$\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}$时出现了错误，解答过程如下：

解：原式$=\frac{1}{(x-2)(x+2)}-\frac{4}{(x-2)(x+2)}$ (第一步)

$=\frac{1-4}{(x-2)(x+2)}$ (第二步)

$=-\frac{3}{x^2-4}$. (第三步)

(1)你认为该同学的解答过程是从第几步开始出错的？

(2)写出你的解答过程.

18. (9分)先化简，再求值：$(1-\frac{1}{a+1})\div\frac{2a}{a^2-1}$，其中$a=-3$.

19. (10分)我们把分子为1的分数叫做单位分数.如$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，…，任何一个单位分数都可以拆分成两个不同的单位分数的和，如$\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$，$\frac{1}{3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$，$\frac{1}{4}=\frac{1}{5}+\frac{1}{20}$……

(1)根据对上述式子的观察，你会发现$\frac{1}{5}=\frac{1}{□}+\frac{1}{○}$，请写出□，○所表示的数；

(2)进一步思考，单位分数$\frac{1}{n}$(n是不小于2的正整数)$=\frac{1}{△}+\frac{1}{☆}$，请写出△，☆所表示的式子，并加以验证.

命题/山西　郭子义

(参考答案见下期)

❖报社地址/太原市三墙路坝陵北街盛世华庭A1座21层　邮编/030009　❖投稿邮箱/hs8_xxb@126.com　电话/0351-3239641　❖编辑质量监督电话/0351-3239625

PDF 文件使用 "pdfFactory Pro" 试用版本创建 www.fineprint.com.cn

数学应用

分式方程 生活“秀”

□江苏 刘 顿

用可化为一元一次方程的分式方程解决实际问题，是历年各地中考的高频考点之一.解答这类问题的关键是寻求等量关系，及时地列出分式方程.为方便同学们的学习，现举例说明.

例1 （2019年四川达州）端午节前后，张阿姨两次到超市购买同一种粽子.节前，按标价购买，用了96元；节后，按标价的6折购买，用了72元.两次一共购买了27个，则这种粽子的标价是多少？

分析：设这种粽子的标价是x元/个，则节后的价格是0.6x元/个，根据“数量=总价÷单价，结合两次一共购买了27个”列出关于x的分式方程，求解即可.

解：设这种粽子的标价是x元/个，则节后的价格是0.6x元/个.

根据题意，得$\frac{96}{x}+\frac{72}{0.6x}=27$.

解得x=8.

经检验，x=8是原方程的解，且符合题意.

所以这种粽子的标价是8元/个.

例2 （2019年四川眉山）在我市“青山绿水”行动中，某社区计划对面积为3 600 m²的区域进行绿化，经投标，由甲、乙两个工程队来完成.已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天能完成绿化面积的2倍，且两队各自独立完成面积为600 m²区域的绿化时，甲队比乙队少用6天.

(1)求甲、乙两个工程队每天各能完成多少面积的绿化；

(2)若甲队每天绿化费用是1.2万元，乙队每天绿化费用为0.5万元，社区要使这次绿化的总费用不超过40万元，则至少应安排乙工程队绿化多少天？

分析：(1)设乙工程队每天能完成绿化的面积是x m²，根据“两队各自独立完成面积为600 m²区域的绿化时，甲队比乙队少用6天”列方程求解；

(2)设甲工程队绿化a天，乙工程队绿化b天，刚好完成绿化任务，根据“绿化面积为3 600 m²”列出二元一次方程，用含b的代数式表示a，再根据“绿化总费用不超过40万元”列出方程求解即可.

解：(1)设乙工程队每天能完成绿化的面积是x m².

根据题意，得$\frac{600}{x}-\frac{600}{2x}=6$.

解得x=50.

经检验，x=50是原方程的解，且符合题意.

所以50×2=100(m²).

答：甲、乙两个工程队每天能完成绿化的面积分别是100 m²，50 m².

(2)设甲工程队绿化a天，乙工程队绿化b天，刚好完成绿化任务.

由题意，得100a+50b=3 600，则$a=\frac{72-b}{2}$.

根据题意，得$1.2\times\frac{72-b}{2}+0.5b\leqslant 40$.

解得b≥32.

答：至少应安排乙工程队绿化32天.

能力提升营 二 nenglitishengying

1. 分式方程$\frac{2x-2}{2x-3}=-\frac{1}{3-2x}$的解是 （ ）

A.x=3 B.x=2

C.x=0 D.无解

2. 世界杯期间，某服装店预测某足球运动员的球服会畅销市场，就用13 200元购进了一批该球服(套)，面市后果然供不应求，服装店又用28 800元购进了第二批该球服，所购数量是第一批购进量的2倍，但每套贵了8元，求服装店购进第一批球服有多少套.设服装店购进第一批球服有x套，则下列方程正确的是 （ ）

A.$\frac{28\,800}{2x-8}=\frac{13\,200}{x}$ B.$\frac{28\,800}{2x}=\frac{13\,200}{x-8}$

C.$\frac{13\,200}{x}-\frac{28\,80}{2x}=8$ D.$\frac{28\,800}{2x}-\frac{13\,200}{x}=8$

3. 已知$a-a^{-1}=5$，则代数式$a^2+a^{-2}=$ （ ）

A.5 B.23 C.27 D.28

4. 当a=_____时，关于x的分式方程$\frac{2ax+3}{a-x}=\frac{3}{4}$的解为x=1.

5. 方程$\frac{x+1}{x}+\frac{x+2}{x+1}=\frac{x}{x-1}+\frac{x+3}{x+2}$的解为_____.

6. 已知分式方程$\frac{2a}{3a+3}+1=\frac{a}{a+1}$，且关于x的不等式组$\begin{cases}x>a,\\x\leqslant b\end{cases}$只有3个整数解，则b的取值范围是_____.

7. 观察下列分式方程：

$\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x}=\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-3}$的解为x=1；

$\frac{1}{x}-\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-4}$的解为x=2；

$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x-2}=\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x-5}$的解为x=3，

……

(1)根据你发现的规律，写出能反映上述方程一般规律的方程，并写出这个方程的解；

(2)根据你发现的规律，仿照写出一个解为x=-2 018的分式方程.

命题/山西 郭子义

（参考答案见下期）

思路快车

兔猫赛跑

□河北 六月

“龟兔赛跑”后，兔子不服输，想出了一个新花样，要与猫比一比，看谁跑得快.比赛项目是100 m赛跑，结果，当兔子跑到100 m终点时，猫落后了整整10 m.猫说：“我跑不过你，但是下次再跑，我一定能和你同时到达终点，不过要把你的起跑线后移10 m.”于是，根据猫提出的条件，兔子和猫又比赛了一次，请问：比赛的结果会怎样呢？

以下是甲、乙、丙、丁、戊五位同学的结论，想一想，你会赞成谁的结论？

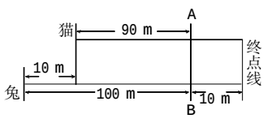
甲：由于第一次赛跑时，猫落后了10 m，所以兔子把起跑线后移10 m后，猫和兔子同时到达终点.

乙：设兔子的速度是v_1 m/s，猫的速度是v_2 m/s，根据“当兔子跑到100 m终点时，猫落后了整整10 m”可得$\frac{100}{v_1}=\frac{90}{v_2}$，即$v_1:v_2=10:9$.设$v_1=10k$，$v_2=9k$($k\neq 0$)，因此第二次跑完全程时，兔子用的时间$t_1=\frac{110}{v_1}=\frac{110}{10k}=\frac{11}{k}=\frac{99}{9k}$(s)，猫用的时间$t_2=\frac{100}{v_2}=\frac{100}{9k}$(s)，因为$t_1<t_2$，所以兔子跑完110 m比猫跑完100 m用的时间少，所以兔子先到达终点.

丙：设兔子的速度是v_1 m/s，猫的速度是v_2 m/s，根据“当兔子跑到100 m终点时，猫落后了整整10 m”可得$\frac{100}{v_1}=\frac{90}{v_2}$，将两边同乘以$\frac{11}{10}$，得$\frac{110}{v_1}=\frac{99}{v_2}$，此式说明：将兔子的起跑线后移10 m，当兔子跑完全程110 m时，猫只跑了99 m，差1 m到达终点，因此兔子先到达终点.

丁：不列方程，可以这样想，在相同时间内，兔子跑了100 m，猫跑了90 m，距离之比为10:9，如果兔子再多跑10 m，那么猫只能多跑9 m，所以兔子先到达终点.

戊：由“当兔子跑到100 m终点时，猫落后了整整10 m”可知兔子跑100 m所需的时间和猫跑90 m所需的时间是一样的.因此，如下图所示，第二次比赛中，兔子和猫同时到达线AB处，而在剩下的10 m距离中，由于兔子的速度快，所以，当然还是兔子先到达终点.



提示：乙、丙、丁、戊回答都正确，但他们思考问题的角度不同，所以同学们在平时的解题中应大胆创新，开拓自己的思路.

学习报 八年级数学华东师大

上期《章节同步测试题(一)》参考答案

一、1~4.ACCC；

5~8.DAAB.

二、9.$\frac{3}{2a}$. 10.x≠-1.

11.$\frac{1}{m-1}$. 12.$\frac{x-1}{x+1}$.

13.6. 14.$\frac{3\,000}{m}$.

三、15.(1)$\frac{9yz^3}{6x^3y^2z^2}$；$\frac{5x^2z}{6x^3y^2z^2}$；$-\frac{4xy^3}{6x^3y^2z^2}$；(2)$\frac{2(x+1)(x-2)}{2(x+2)(x-2)^2}$；$\frac{x(x+2)(x-2)}{2(x+2)(x-2)^2}$；$\frac{6(x+2)}{2(x+2)(x-2)^2}$.

16.(1)$\frac{2b^3}{c}$；(2)1；(3)-x.

17.(1)从第一步开始出错；

(2)原式=$\frac{x+2}{(x+2)(x-2)}-\frac{4}{(x+2)(x-2)}=\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}=\frac{1}{x+2}$.

18.原式=$(\frac{a+1}{a+1}-\frac{1}{a+1})\div\frac{2a}{(a+1)(a-1)}=\frac{a}{a+1}\cdot\frac{(a+1)(a-1)}{2a}=\frac{a-1}{2}$.

当a=-3时，原式=$\frac{-3-1}{2}=-2$.

19.(1)□表示的数为6，○表示的数为30；

(2)△表示的式子为n+1，☆表示的式子为n(n+1).

验证：$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n(n+1)}+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n+1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}$.

上期“能力提升营(一)”参考答案

1.B. 2.C. 3.A.

4.答案不唯一，如$\frac{3}{x^2-1}$.

5.$\frac{5}{2}$.

6.(1)是一对整合分式.

理由：∵$\frac{-2x^2-4x}{x^2-4}+\frac{x^2}{x-2}=\frac{-2x^2-4x+x^2(x+2)}{x^2-4}=\frac{x^3-4x}{x^2-4}=x$，满足一对整合分式的定义，

∴$\frac{-2x^2-4x}{x^2-4}$与$\frac{x^2}{x-2}$是一对整合分式.

(2)答案不唯一，如$\frac{2b-a}{a+b}$，$\frac{a+4b}{a+b}$.

学习报 ® 八年级 数学 全国教辅类一级报纸 华东师大 2019-2020 第26期 总第1602期 2020年1月8日
http://www.xuexibao.com
山西出版传媒集团主管 山西三晋报刊传媒集团主办 学习报社编辑出版 总编辑 苗俊青 国内统一刊号 CN14-0708/(F) 邮发代号 21-220

难点解析

要学会“闻一知十”

□江西 张丽华

一、考题精选

题目 （2019年江苏宿迁）关于x的分式方程$\frac{1}{x-2}+\frac{a-2}{2-x}=1$的解为正数，则a的取值范围是_____.

【问题支招】 旨在考查分式方程的解的问题，方程有解(正解、非正数解等)也就意味着对应的整式方程的根使分式方程的最简公分母不等于0，利用这一点可以确定字母系数值或取值范围.

【思路点拨】 解关于x的分式方程，根据“它的解为正数”列出关于a的不等式，求出不等式的解集即可得到a的取值范围，这里还要特别注意x-2≠0.

解：原方程可变形为$\frac{1}{x-2}-\frac{a-2}{x-2}=1$.

去分母，得1-(a-2)=x-2.解得x=5-a.

因为分式方程的解为正数，

所以x>0且x-2≠0，即x≠2，

所以5-a>0且5-a≠2，解得a<5且a≠3.

故填a<5且a≠3.

易错点警示：容易忽视x-2≠0对应的a的取值范围，其根源忽视了分式有意义的条件.

解后反思：在求解有关含有字母(非方程的未知数)的分式方程时，首先要考虑用题目中含有字母的代数式表示方程的解，然后根据题目的条件确定字母的取值范围.

二、问题拓广

例 （2018年黑龙江齐齐哈尔）若关于x的分式方程$\frac{1}{x-4}+\frac{m}{x+4}=\frac{m+3}{x^2-16}$无解，则m的值为_____.

分析：原方程无解，可能有两种情形：一是求出的解是变形后的整式方程的根，但使最简公分母为零；二是去分母后的整式方程无解.

解：去分母，得(x+4)+m(x-4)=m+3，可得(m+1)x=5m-1.

分两种情况讨论：(1)当m+1=0，即m=-1时，方程(m+1)x=5m-1为0=-6，无解，则原方程也无解；

(2)当m+1≠0，即m≠-1时，有$x=\frac{5m-1}{m+1}$.

因为原方程无解，所以(x+4)(x-4)=0，解得x=4或x=-4.

所以$\frac{5m-1}{m+1}=4$或$\frac{5m-1}{m+1}=-4$，

解得m=5或$m=-\frac{1}{3}$.

经检验，m=5，$m=-\frac{1}{3}$分别是所列分式方程的解.

综上所述，当m=-1或5或$-\frac{1}{3}$时，原方程无解.

故填-1或5或$-\frac{1}{3}$.

【变式训练】 若关于x的方程$\frac{ax+1}{x-2}=-1$有唯一解，则a的取值范围是_____.

思路：先将分式方程变形为一元一次方程，有唯一解，就是考查(1)一元一次方程未知数的系数不为0；(2)最简公分母不为零.

【答案：a≠-1且$a\neq-\frac{1}{2}$】

解分式方程的基本思路是去分母，把分式方程转化为整式方程，在求解的过程中，如果对于一些细节把握不对，就容易出现错误.下面借助一道例题说明解分式方程时应注意的几个问题.

指点迷津

这些问题你注意了吗

□河南 姚金喜

例 解方程：$\frac{x}{x+2}+\frac{1}{4-2x}=\frac{8}{x^2-4}+1$.

解：原方程化为$\frac{x}{x+2}-\frac{1}{2x-4}=\frac{8}{x^2-4}+1$. (1)

即$\frac{x}{x+2}-\frac{1}{2(x-2)}=\frac{8}{(x+2)(x-2)}+1$. (2)

方程两边都乘2(x+2)(x-2)，得2x(x-2)-(x+2)=16+2(x+2)(x-2). (3)

去括号，得2x²-4x-x-2=16+2x²-8. (4)

移项、合并同类项，得-5x=10.

解得x=-2.

检验：当x=-2时，最简公分母2(x+2)(x-2)=0. (5)

所以x=-2不是原分式方程的解.

所以原分式方程无解.

解后反思：在上述求解过程中，(1)(2)(3)(4)(5)步这几个步骤易出现错误，下面就这几步应注意的问题加以说明：

(1)注意分母的适当变形.为了找准最简公分母，把分式$\frac{1}{4-2x}$的分母4-2x变形为-2(x-2)，在变形时，要注意符号的变化；

(2)注意把分母分解因式.为了找出各分母的最简公分母，注意把能分解因式的分母分解因式；

(3)注意不要漏乘.在方程两边同乘最简公分母时，注意不要漏乘不含分母的项1；

(4)注意去括号时变号.去掉括号时，括号前面是“-”号，括号内的各项都要变号；括号前面是“+”号，括号内各项不需变号；

(5)注意验根.在去分母时，分式方程两边同乘含有未知数的整式，当这个整式的值为零时，所得整式方程的根不是原方程的根，此时原分式方程无解.所以解分式方程验根是不可忽视的一步.

PDF 文件使用 "pdfFactory Pro" 试用版本创建 www.fineprint.com.cn

16.3 可化为一元一次方程的分式方程(1)

自学导引

什么叫分式方程?怎样解分式方程?为什么要对分式方程的解进行检验?怎样检验?

1. 分母中含有_____的方程叫做分式方程.
2. 解分式方程的基本思路是将分式方程化为_____方程,具体做法是"去分母",即方程两边乘以_____.
3. 解分式方程时,去分母后所得的整式方程的解有可能使原分式方程的分母为0,即相当于在分式方程的两边同乘了等于0的式子,不符合等式的基本性质,这个解不是原分式方程的解,所以解分式方程要检验.
   检验的方法:将整式方程的解代入最简公分母,若最简公分母的值不为0,则这个解____原分式方程的解;若最简公分母的值为0,则这个解_____原分式方程的解,原分式方程无解.

课堂小练

基础训练

1. 对于分式方程$\frac{x}{x-3}=2+\frac{3}{x-3}$,有以下说法:
   ①最简公分母为$(x-3)^2$;
   ②转化为整式方程为$x=2+3$,解得$x=5$;
   ③原方程的解为$x=3$;
   ④原方程无解.
   其中正确的有 ( )
   A.4个 B.3个 C.2个 D.1个
2. 分式方程$\frac{1}{2x}=\frac{2}{x+3}$的解为 ( )
   A.$x=-1$ B.$x=0$
   C.$x=\frac{3}{5}$ D.$x=1$
3. 分式方程$\frac{2x+1}{3-x}=\frac{3}{2}$的解为_____.
4. 分式方程$\frac{x}{x-1}-1=\frac{3}{(x-1)(x-2)}$的解为_____.
5. 解下列方程:
   (1)$1-\frac{1}{x-5}=\frac{x}{x+5}$; (2)$\frac{3}{x-1}-\frac{2}{x+1}=\frac{1}{x^2-1}$.

巩固提升

6. 小华解方程$\frac{1}{x}-\frac{x-2}{x}=1$的过程如下:
   解:方程两边都乘x,得$1-(x-2)=1$.……①
   去括号,得$1-x-2=1$.……②
   移项,得$-x=1-1+2$.……③
   合并同类项,得$-x=2$.……④
   解得$x=-2$.……⑤
   所以,原分式方程的解为$x=-2$.……⑥
   请指出他解答过程中的错误,并写出正确的解答过程.

自学导引

列分式方程解应用题的一般步骤:
(1)审:审清题意及题设中的已知量和未知量;
(2)设:选择一个恰当的未知量设为未知数,并用含未知数的式子表示相关的量;
(3)找:找出等量关系;
(4)列:列出分式方程;
(5)解:解分式方程;
(6)验:这儿的检验有两个含义,一是要检验求出的结果是否是原分式方程的解,二是要验证结果是否符合实际题意.

课堂小练

基础训练

1. 甲、乙二人做某种机械零件,甲每小时比乙多做6个,甲做90个所用的时间与乙做60个所用的时间相等.设甲每小时做x个零件,下面所列方程正确的是 ( )
   A.$\frac{90}{x}=\frac{60}{x-6}$ B.$\frac{90}{x}=\frac{60}{x+6}$
   C.$\frac{90}{x-6}=\frac{60}{x}$ D.$\frac{90}{x+6}=\frac{60}{x}$
2. 某市需要铺设一条长660米的管道,为了尽量减少施工对城市交通造成的影响,实际施工时,每天铺设管道的长度比原计划增加10%,结果提前6天完成,求实际每天铺设管道的长度与实际施工天数.小宇同学根据题意列出方程$\frac{660}{x}-\frac{660}{(1+10\%)x}=6$,则方程中未知数$x$所表示的量是 ( )
   A.实际每天铺设管道的长度
   B.实际施工的天数
   C.原计划施工的天数
   D.原计划每天铺设管道的长度
3. 学校最近新配备了一批图书需要甲、乙二人进行整理,若甲单独整理完成需要4小时完工;若甲、乙共同整理2小时后,乙再单独整理2小时才能完工,则乙单独整理完成需要 ( )
   A.4小时 B.6小时
   C.8小时 D.10小时
4. 甲、乙两辆汽车同时从A地出发,开往相距200 km的B地,甲、乙两车的速度之比是4:5,结果乙车比甲车早30分钟到达B地,则甲车的速度是_____km/h.

巩固提升

5. 某公司购买了一批A,B型芯片,其中A型芯片的单价比B型芯片的单价少9元,已知该公司用3 120元购买A型芯片的条数与用4 200元购买B型芯片的条数相等.
   (1)求该公司购买的A,B型芯片的单价各是多少元;
   (2)若两种芯片共购买了200条,且购买的总费用为6 280元,求购买了多少条A型芯片.

16.3 可化为一元一次方程的分式方程(2)

自学导引

1. a^0=_____($a\neq0$).
2. a^{-n}=_____($a\neq0$,n是正整数),即a^{-n}是a^n的_____.
   随着指数的取值范围由正整数推广到全体整数,以前学过的正整数指数幂的运算性质也推广到_____指数幂.
3. 如何用科学记数法表示一些绝对值较小的数?
   用科学记数法表示一些绝对值较小的数,我们可以利用10的负整数指数幂,把一个绝对值小于1的数表示成$a\times10^{-n}$的形式,其中n是正整数,$1\leqslant|a|<10$.例如:0.000 031 4可以表示为_____.

课堂小练

基础训练

1. 2^{-2}的倒数是 ( )
   A.4 B.-4 C.$\frac{1}{4}$ D.$-\frac{1}{4}$
2. 计算$(-\frac{b^2}{a^3})^{-2}$的结果是 ( )
   A.$\frac{b^4}{a^6}$ B.$-\frac{b^4}{a^6}$ C.$\frac{a^6}{b^4}$ D.$-\frac{a^6}{b^4}$
3. 将式子$\frac{x^{-3}y}{a^{-3}b}$化为不含负整数指数的形式是_____.
4. 已知一张纸的厚度为0.008 7 cm,用科学记数法表示0.008 7是_____.
5. 计算:
   (1)$(\frac{1}{2})^{-1}+|-2|-(\pi-1)^0$;
   (2)$(2\times10^5)\div(8\times10^{-5})$.

巩固提升

6. 人体内一种细胞的直径约为1.56 μm,相当于1.56×10^{-6} m,则把1.56×10^{-6} m用小数表示出来是 ( )
   A.0.000 156 m B.0.000 0156 m
   C.0.000 001 56 m D.0.000 000 156 m
7. 计算:
   (1)$(m^3n)^{-2}\cdot(2m^{-2}n^{-3})^{-2}$;
   (2)$(2xy^{-1})^2\cdot xy\div(-2x^{-2}y)$.

命题/山西 郭子义

("自学导引"参考答案见本期,"课堂小练"参考答案见下期)

16.1 分式及其基本性质

1.A 2.D 3.C 4.D

5.B 6.$\frac{b}{a-2}$ 7.$a\neq0$.

8.答案不唯一,下面给出一种答案供参考.

选择x^2-1为分子,x^2+2x+1为分母组成分式,则$\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}=\frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2}=\frac{x-1}{x+1}$.

x在$-\sqrt{2}\leqslant x\leqslant\sqrt{2}$范围内取值不唯一,且$x$不能取$-1$,如当$x=0$时,原式$=-1$.

16.2.1 分式的乘除法

1.B 2.D 3.C

4.x. 5.$\frac{1}{2}x^2$. 6.36a.

7.(1)$\frac{2m-4}{m+2}$;(2)$-\frac{6}{a^2x^2}$.

8.(1)$A=\frac{2x+y}{x^2-2xy+y^2}\cdot(x-y)$
$=\frac{2x+y}{(x-y)^2}\cdot(x-y)$
$=\frac{2x+y}{x-y}$.

(2)$\because x^2+10xy+25y^2=0$,
$\therefore(x+5y)^2=0$.$\therefore x+5y=0$.
$\therefore x=-5y$.
$\therefore A=\frac{2x+y}{x-y}=\frac{-10y+y}{-5y-y}=\frac{3}{2}$.

16.2.2 分式的加减法

1.A 2.B 3.B.

4.$x-1$. 5.$-\frac{2}{m^2-1}$.

6.(1)1;(2)$\frac{m+n}{m-n}$. 7.7.

8.(1)原式$=[\frac{x+2}{x(x-2)}-\frac{x-1}{(x-2)^2}]\cdot\frac{x}{x-4}=\frac{1}{(x-2)^2}$.

(2)不正确.

理由:∵当$x=0$时,分式$\frac{x+2}{x^2-2x}$,$\frac{x-4}{x}$中的分母x^2-2x,x都等于0,这些分式无意义,

∴这个说法不正确.

本期2版"自学导引"参考答案

16.3 可化为一元一次方程的分式方程(1)

1.未知数.

2.整式,最简公分母.

3.是,不是.

16.4 零指数幂与负整数指数幂

1.1.

2.$\frac{1}{a^n}$,倒数,整数.

3.3.14×10^{-5}.

章节同步测试题(二)

(测试范围:16.3 可化为一元一次方程的分式方程;16.4 零指数幂与负整数指数幂)

班级:_____
姓名:_____
得分:_____

(本卷满分100分)

一、选择题(每小题4分,共32分)

1. 解分式方程$\frac{x}{2x-1}+\frac{2}{1-2x}=3$,去分母得 ( )
   A.$x+2=3$
   B.$x-2=3$
   C.$x-2=3(2x-1)$
   D.$x+2=3(2x-1)$
2. 若$x=4$是分式方程$\frac{1}{x}-3=\frac{a-2}{x}$的根,则$a$的值为 ( )
   A.9 B.-9 C.13 D.-13
3. 分式方程$\frac{2}{3x-1}=\frac{3}{x}$的解为 ( )
   A.$x=\frac{3}{11}$ B.$x=\frac{11}{3}$
   C.$x=\frac{3}{7}$ D.$x=\frac{7}{3}$
4. 若代数式$\frac{1}{x-2}$和$\frac{3}{2x+1}$的值相等,则x的值为 ( )
   A.-7 B.7 C.-5 D.3
5. 某校为了丰富学生的校园生活,准备购买一批陶笛,已知A型陶笛比B型陶笛的单价低20元,用2 700元购买A型陶笛与用4 500元购买B型陶笛的数量相同.设A型陶笛的单价为x元,依题意,下面所列方程正确的是 ( )
   A.$\frac{2\,700}{x-20}=\frac{4\,500}{x}$
   B.$\frac{2\,700}{x}=\frac{4\,500}{x-20}$
   C.$\frac{2\,700}{x+20}=\frac{4\,500}{x}$
   D.$\frac{2\,700}{x}=\frac{4\,500}{x+20}$
6. 对于实数a,b,定义一种新运算"⊗"为:$a\otimes b=\frac{3}{a^2-ab}$,这里等式右边是通常的四则运算.若$(-3)\otimes x=2\otimes x$,则$x$的值为 ( )
   A.-2 B.-1 C.1 D.1
7. 某旅游景点超市用700元购进甲、乙两种商品260个,其中甲种商品比乙种商品少用100元,已知甲种商品的单价比乙种商品的单价高20%,那么乙种商品的单价是 ( )
   A.2元 B.2.5元
   C.3元 D.5元
8. 关于x的分式方程$\frac{3x+a}{2x-3}=1$的解为非负数,则a的取值范围是 ( )
   A.$a\geqslant-3$
   B.$a\leqslant-3$
   C.$a\geqslant-3$且$a\neq-\frac{3}{2}$
   D.$a\leqslant-3$且$a\neq-\frac{9}{2}$

二、填空题(每小题4分,共24分)

9. 计算:$0.25\times(-2)^{-2}\div16^{-1}-(\pi-3)^0$=_____.
10. 一种微料的半径是0.000 041米,0.000 041这个数用科学记数法表示为_____.
11. 分式方程$\frac{x}{x-1}=\frac{3}{2(x-1)}-2$的解为_____.
12. 我们知道方程$\frac{x+2}{x}+\frac{3}{x-2}=1$的解是$x=\frac{4}{5}$,现给出另一个方程$\frac{(y+1)+2}{y+1}+\frac{3}{y+1-2}=1$,它的解是_____.
13. 甲、乙两个工程队分别承接了160米、200米的管道铺设任务,已知乙比甲每天多铺设5米,甲、乙完成铺设任务的时间相同,问甲每天铺设多少米?设甲每天铺设x米,根据题意可列出方程:_____.
14. 某市组织长跑队和自行车队宣传全民健身,全程共10千米,两队同时出发,自行车队速度是长跑队速度的2.5倍,结果长跑队比自行车队晚1小时到终点,则自行车队的速度为_____千米/时.

三、解答题(共44分)

15. (12分)解下列方程:
   (1)$\frac{1}{3x-6}=\frac{3}{4x-8}+1$;
   (2)$\frac{x-8}{x-7}-\frac{1}{7-x}=8$.
16. (8分)当x为何值时,分式$\frac{3-x}{2-x}$的值比分式$\frac{1}{x-2}$的值大于3?
17. (12分)2018年1月20日,山西迎来了"复兴号"列车,与"和谐号"相比,"复兴号"列车时速更快,安全性更好.已知"太原南-北京西"全程大约500千米,"复兴号"G92次列车平均每小时比某列"和谐号"列车多行驶40千米,其行驶时间是该列"和谐号"列车行驶时间的$\frac{4}{5}$(两列车中途停留时间均除外),经查询,"复兴号"G92次列车从太原南到北京西,中途只有石家庄一站,停留10分钟.求乘坐"复兴号"G92次列车从太原南到北京西需要多长时间.
18. (12分)实心球是中考体育项目之一,茂名某体育用品专卖店今年2月份用4 000元购进了一批实心球,由于需求量大,3月份又购进了和第一批数量相同的实心球,由于第二批实心球的进价比第一批提高了10元,结果第二批实心球共用了5 000元.
   (1)第一批实心球的进货价是多少元?
   (2)如果两批实心球以相同的售价全部卖完,为保证利润不低于3 000元,那么每个实心球的售价至少是多少元?

命题/山西 郭子义

(参考答案见下期)

PDF 文件使用 "pdfFactory Pro" 试用版本创建 www.fineprint.com.cn