$\therefore\begin{cases}-1<m-1<1,\\-1<2m-1<1,\\m-1<2m-1,\end{cases}$ 解得$0<m<1$为所求.

第4期

3版 第一章能力测试题

一、选择题

1~6.DCBCBA; 7~12.DDDDBC.

提示:

1.$B=\{x|x\leqslant0$,或$x\geqslant2\}$,$\therefore A\cap B=\{2,3\}$.

故选D.

2.要使函数有意义,则$\begin{cases}1-x\geqslant0,\\x\neq0,\end{cases}$得$\begin{cases}x\leqslant1,\\x\neq0,\end{cases}$即$x\leqslant1$且$x\neq0$,即函数的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,1]$,

故选C.

3.函数$h=f(t)$是关于t的减函数,故排除C,D.一开始,h随着时间t的变化而变慢;超过一半时,h随着时间t的变化而变快,故对应的图象为B,

故选B.

4.根据题意,$A=\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\}$,则$A$的子集为$\varnothing$,$\{\frac{1}{2}\}$,$\{\frac{1}{3}\}$,$\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\}$,

若$B\subseteq A$,则B是A的子集,

若$B=\varnothing$,即方程$mx-1=0$无解,此时$m=0$,

若$B=\{\frac{1}{2}\}$,即方程$mx-1=0$的解为$\frac{1}{2}$,此时$m=2$,

若$B=\{\frac{1}{3}\}$,即方程$mx-1=0$的解为$\frac{1}{3}$,此时$m=3$,

若$B=\{\frac{1}{2},\frac{1}{3}\}$,即方程$mx-1=0$有两解,此时$m$无解,

综上,可得m的值组成的集合为$\{0,2,3\}$.

故选C.

5.$\because f(2)=0$,$f(x-1)>0$,$\therefore f(x-1)>f(2)$.又$\because f(x)$是偶函数且在$[0,+\infty)$上单调递减,$\therefore f(|x-1|)>f(2)$,$\therefore|x-1|<2$,$\therefore-2<x-1<2$,$\therefore-1<x<3$,$\therefore x\in(-1,3)$.

故选B.

6.$y=|x-2|-2=2-x-2=-x(-2\leqslant x\leqslant2)$,$\therefore y\in[-2,2]$,即函数$y=|x-2|-2(-2\leqslant x\leqslant2)$的值域为$[-2,2]$,$\therefore M=N$.

故选A.

7.利用配方法化简可得$y=\sqrt{-x^2+4x+2}=\sqrt{-(x-2)^2+6}$,$\therefore0\leqslant y\leqslant\sqrt{6}$.

故选D.

8.因为当$k<0$时,反比例函数$y=\frac{k}{x}$在$(0,+\infty)$上是增函数,所以$a+1<0$,即$a<-1$.

故选D.

9.$\because y=x^2-2|x|+1$,$\therefore$函数为偶函数.令$t=|x|$,$\therefore y=t^2-2t+1=(t-1)^2$,$\therefore$函数在$(0,1)$上递减,在$(1,+\infty)$上递增.由偶函数的对称性可知,函数$y=x^2-2|x|+1$的减区间为$(-\infty,-1)$和$(0,1)$.

故选D.

10.由题意知$y=x^2-2x+1=0$,则$x=1$;$y=x^2-2x+1=4$,则$x=-1$或$x=3$;$y=x^2-2x+1=16$,则$x=-3$或$x=5$.所以孪生函数的定义域分别为$\{1,-1,-3\}$,$\{1,-1,5\}$,$\{1,3,-3\}$,$\{1,3,5\}$,$\{1,-1,3,-3\}$,$\{1,-1,3,5\}$,$\{1,-3,5,-1\}$,$\{1,-3,5,3\}$,$\{1,-1,3,-3,5\}$,共有9个,

故选D.

11.$\because$函数$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数,$\therefore f(-x)=-f(x)$,其图象关于原点对称,在对称区间其单调性相同.对于(1),$f(-0)=-f(0)\Rightarrow f(0)=0$,故正确;对于(2),$f(-2)=-f(2)\Rightarrow f(2)=-1$,故错;对于(3),因为奇函数的图象关于原点对称,所以若$f(x)$在$[1,+\infty)$上为减函数,则$f(x)$在$(-\infty,-1]$上也为减函数,故错;对于(4),其图象关于原点对称,$f(x)$在$(0,+\infty)$上有最小值$-m$,则$f(x)$在$(-\infty,0)$上有最大值m,故正确.

故选B.

12.$\because$函数$f(x)$为奇函数,且在区间$(0,+\infty)$上单调递增,$\therefore$在区间$(-\infty,0)$上也单调递增.$\because f(-1)=0$,$\therefore f(1)=0$,$\therefore$当$x<-1$时,$f(x)<0$;当$-1<x<0$时,$f(x)>0$;当$0<x<1$时,$f(x)<0$;当$x>1$时,$f(x)>0$,$\therefore$当$-1<x<0$,或$0<x<1$时,$\frac{f(x)}{x}<0$.

故选C.

二、填空题

13.±2; 14.4;

15.5; 16.−7.

提示:

13.由$a^2-1=3$,得$a=\pm2$.

14.$\because$函数$f(x)=\begin{cases}4-x,x\geqslant0,\\x+4,x<0,\end{cases}$ $\therefore f(-4)=-4+4=0$,

$f(f(-4))=f(0)=4-0=4$.

故答案为4.

15.函数$f(x)=x^2-2ax+b(a>1)$的对称轴方程为$x=a>1$,所以函数$f(x)=x^2-2ax+b$在$[1,a]$上为减函数.又函数$f(x)$在$[1,a]$上的值域也为$[1,a]$,

则$\begin{cases}f(1)=a,\\f(a)=1,\end{cases}$即$\begin{cases}1-2a+b=a①,\\a^2-2a^2+b=1②.\end{cases}$由①,得$b=3a-1$.代入②,得$a^2-3a+2=0$,解得$a=1$(舍),或$a=2$.把$a=2$代入$b=3a-1$,得$b=5$.故答案为5.

16.由题意可知$f(-6)=-f(6)=-4$,$f(-3)=-f(3)=1$,$\therefore2f(-6)+f(-3)=-7$.

三、解答题

17.解:(1)由$f(x)=\sqrt{x+1}+\frac{1}{\sqrt{2-x}}$,得$\begin{cases}x+1\geqslant0,\\2-x>0,\end{cases}$解得$-1\leqslant x<2$.

$\because g(x)=x^2+1\geqslant1$,$\therefore A=\{x|-1\leqslant x<2\}$,$B=\{y|y\geqslant1\}$.

(2)由(1),得$\complement_U B=\{y|y<1\}$,$\therefore A\cap(\complement_U B)=\{x|-1\leqslant x<1\}$.

18.解:(1)函数的定义域为$\{x|x\neq0\}$,

又$f(-x)=\frac{1}{(-x)^2}=\frac{1}{x^2}=f(x)$,则函数$f(x)$是偶函数.

(2)当$x>0$时,设$0<x_1<x_2$,

则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{x_1^2}-\frac{1}{x_2^2}=\frac{x_2^2-x_1^2}{x_1^2x_2^2}=\frac{(x_1+x_2)(x_2-x_1)}{x_1^2x_2^2}$,

$\because0<x_1<x_2$,

$\therefore0<x_1+x_2$,$x_2-x_1>0$,

则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{(x_1+x_2)(x_2-x_1)}{x_1^2x_2^2}>0$,

则$f(x_1)>f(x_2)$,

即函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上是减函数.

19.解:(1)由$1-x^2\neq0$,得$x\neq\pm1$,即$f(x)$的定义域为$\{x|x\neq\pm1\}$.

(2)$f(x)$为偶函数.$\because f(x)$的定义域关于原点对称,且$f(-x)=f(x)$,$\therefore f(x)$为偶函数.

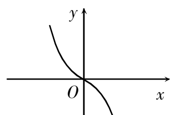
(3)证明:$f(x)=\frac{1+x^2}{1-x^2}=\frac{2-(1-x^2)}{1-x^2}=\frac{2}{1-x^2}-1$,设$1<x_1<x_2$,则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2}{1-x_1^2}-\frac{2}{1-x_2^2}=2[\frac{x_1^2-x_2^2}{(1-x_1^2)(1-x_2^2)}]=\frac{2(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{(1-x_1)(1+x_1)(1-x_2)(1+x_2)}$.$\because1<x_1<x_2$,$\therefore x_1-x_2<0$,$1-x_2<0$,$1-x_1<0$,则$f(x_1)-f(x_2)<0$,即$f(x_1)<f(x_2)$,则函数$f(x)$在$(1,+\infty)$上是增函数.

20.解:(1)$\because f(x)$是$\mathbf{R}$上的奇函数,

$\therefore x=0$时,$f(0)=0$.设$x<0$,则$-x>0$,

而$f(x)=-f(-x)=-[x(1-x)]=x(x-1)$.

$\therefore f(x)=\begin{cases}-x(1+x),x>0,\\0,\quad x=0,\\x(x-1),\ x<0.\end{cases}$



(2)由(1)知,$f(x)$的图象如右图所示.

由图象易知$f(x)$单调递减,

$\therefore f(1-m)+f(1-m^2)<0$,即$f(1-m)<f(m^2-1)$,

$\therefore1-m>m^2-1$,

$\therefore m^2+m-2<0$,即$(m-1)(m+2)<0$,$\therefore-2<m<1$.

故原不等式的解集为$(-2,1)$.

21.解:(1)$f(x)=\frac{x^2+2x+5}{x+1}=x+1+\frac{4}{x+1}$,设$u=x+1$,$x\in[0,3]$,$1\leqslant u\leqslant4$,

则$y=u+\frac{4}{u}$,$u\in[1,4]$.

由已知性质,得当$1\leqslant u<2$,即$0\leqslant x<1$时,$f(x)$单调递减,所以减区间为$[0,1)$;

当$2\leqslant u\leqslant4$,即$1\leqslant x\leqslant3$时,$f(x)$单调递增,所以增区间为$[1,3]$.

由$f(1)=4$,$f(0)=f(3)=5$,得$f(x)$的值域为$[4,5]$.

(2)$\because g(x)=2x+a$为增函数,故$g(x)\in[a,a+6]$,$x\in[0,3]$.

由题意,$f(x)$的值域是$g(x)$的值域的子集,

$\therefore\begin{cases}a+6\geqslant5,\\a\leqslant4,\end{cases}$ $\therefore-1\leqslant a\leqslant4$.

22.解:因为对于任意的正实数x,y,都有$f(xy)=f(x)+f(y)$,所以令$x=y=1$,则$f(1\times1)=f(1)+f(1)=2f(1)$,所以$f(1)=0$.

(1)令$y=\frac{1}{x}$,得$f(x\cdot\frac{1}{x})=f(1)=f(x)+f(\frac{1}{x})=0$,

所以$f(\frac{1}{x})=-f(x)$.

(2)任取$x_1,x_2\in(0,+\infty)$,且$x_1<x_2$,则$\frac{x_2}{x_1}>1$,则$f(\frac{x_2}{x_1})<0$.

又由(1),知$-f(x)=f(\frac{1}{x})$,$\therefore f(x_2)-f(x_1)=f(x_2)+f(\frac{1}{x_1})=f(\frac{x_2}{x_1})<0$,$\therefore f(x_2)<f(x_1)$,$\therefore f(x)$为$(0,+\infty)$上的减函数.

(3)$\because f(1)=f(2\times\frac{1}{2})=f(2)+f(\frac{1}{2})=0$,$f(\frac{1}{2})=1$,

$\therefore f(2)=-1$,$\therefore f(4)=f(2\times2)=2f(2)=-2$,

$\therefore f(2)+f(5-x)\geqslant-2$等价于$f(10-2x)\geqslant f(4)$.

$\because f(x)$在$(0,+\infty)$上为减函数,

$\therefore\begin{cases}10-2x>0,\\10-2x\leqslant4,\end{cases}$解得$3\leqslant x<5$,

$\therefore$原不等式的解集为$\{x|3\leqslant x<5\}$.

学习报®
http://www.xuexibao.com
高中数学
全国教辅类一级报纸
人教A 必修1
2019-2020
第 1~4 期
教师用报指南
2019年7月3日
山西出版传媒集团主管 山西三晋报刊传媒集团主办 学习报社编辑出版 总编辑 苗俊青 国内统一刊号 CN14-0708/(F)

第1期

2版 《堂堂清》

1.1.1 集合的含义与表示

1.C. 2.D. 3.C. 4.B.

5.(1)$\in$;$\notin$;(2)$\notin$;(3)$\notin$;$\in$.

6.A.

7.(1)$\{x|x=\frac{1}{2^{n-1}},n\in\mathbf{N}^*$,且$n\leqslant4\}$;

(2)$\{(x,y)|x+y=3,x,y\in\mathbf{N}\}$;

(3)$\{x\in\mathbf{R}|x^2-16=0\}$;

(4)$\{x\in\mathbf{Z}|10<x<100\}$.

1.1.2 集合间的基本关系

1.B. 2.C. 3.A. 4.C. 5.C. 6.4.

7.$C\subsetneqq A\subsetneqq B$. 8.B.

1.1.3 集合的基本运算

1.C. 2.C. 3.$\{3,5\}$. 4.A. 5.C. 6.A. 7.B.

8.$\{2,4\}$. 9.A.

10.解:$\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x\leqslant-2$或$x\geqslant3\}$,

由$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=B$,得$B\subseteq\complement_{\mathbf{R}}A$,$\therefore m+9\leqslant-2$,或$m\geqslant3$,

$\therefore m$的取值范围是$\{m|m\leqslant-11$,或$m\geqslant3\}$.

3版 同步分层能力测试题(一)

基础练

一、选择题

1~6.BBBBDA.

提示:

3.全集$U=\{0,1,2,3,4\}$,集合$A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3,4\}$,$\therefore\complement_U B=(0,1)$,所以$A\cap(\complement_U B)=\{1\}$.

故选B.

4.$\{x|x^2=1\}=\{-1,1\}$,另外三个集合都是$\{1\}$.

故选B.

6.由题意全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$,$A\subseteq U$,$B\subseteq U$,且$B\cap\complement_U A=\{1,9\}$,$A\cap B=\{2\}$,$\complement_U A\cap\complement_U B=\{4,6,8\}$,可画Venn图如图1,得$A=\{2,3,5,7\}$,$B=\{1,2,9\}$.

故选A.

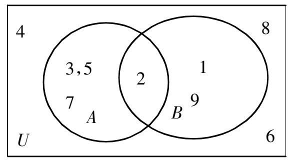


图1

二、填空题

7.$\{6,8,10\}$;

8.8.

提示:

7.图中阴影部分对应的集合为$\complement_B(A\cap B)$,$A\cap B=\{2,4\}$,故$\complement_B(A\cap B)=\{6,8,10\}$.故填$\{6,8,10\}$.

8.由条件得$A\cup B=\{-1,0,2\}$,所以$A\cup B$的子集有8个.

三、解答题

9.解:因为$2\in M$,

所以$3x^2+3x-4=2$,或$x^2+x-4=2$.

当$3x^2+3x-4=2$,即$3x^2+3x-6=0$时,解得$x=-2$,或$x=1$.

经检验,可知$x=-2$,$x=1$都不满足元素的互异性,所以舍去;

当$x^2+x-4=2$,即$x^2+x-6=0$时,解得$x=-3$,或$x=2$.

经检验,可知$x=-3$,$x=2$都符合题意.

所以$x=-3$,或$x=2$.

10.解:(1)$\because M=\{x|x-3\geqslant0\}=\{x|x\geqslant3\}$,$N=\{x|-1\leqslant x<4\}$,

$\therefore M\cap N=\{x|3\leqslant x<4\}$,$M\cup N=\{x|x\geqslant-1\}$.

(2)$\because$全集$U=\mathbf{R}$,$M=\{x|x\geqslant3\}$,$N=\{x|-1\leqslant x<4\}$,

$\therefore\complement_U N=\{x|x\geqslant4$,或$x<-1\}$,则$(\complement_U N)\cap M=\{x|x\geqslant4\}$.

11.解:集合$A=\{x|2<x<8\}$,集合$B=\{x|a<x<2a-2\}$,

因为$B\subseteq A$,

所以当$B=\varnothing$时,$a\geqslant2a-2$,解得$a\leqslant2$;

当$B\neq\varnothing$时,需满足$\begin{cases}a<2a-2,\\a\geqslant2,\\2a-2\leqslant8,\end{cases}$

解得$2<a\leqslant5$.

综上,实数a的取值范围是$a\leqslant5$.

12.解:(1)$\because$集合$A=\{x|-2<x\leqslant2\}$,$B=\{x|x>1\}$,

$\therefore A\cup B=\{x|x>-2\}$.

因为$C_U B=\{x|x\leqslant1\}$,

$\therefore A\cap(C_U B)=\{x|-2<x\leqslant1\}$.

(2)$\because A\cap C\neq\varnothing$,$A=\{x|-2<x\leqslant2\}$,$C=\{x|x\leqslant c\}$,

$\therefore c>-2$.

所以实数c的取值范围是$c>-2$.

提升练

一、选择题

1~6.DCBDBD.

提示:

2.$\because A=\{x|x^2+x-6=0\}=\{-3,2\}$,$A\cup B=A$,则$B\subseteq A$.

若$m=0$,则$B=\varnothing$,满足要求;若$m\neq0$,则$B=\{x|x=-\frac{1}{m}\}$,则$m=\frac{1}{3}$,或$m=-\frac{1}{2}$.

综上,m的取值组成的集合为$\{0,\frac{1}{3},-\frac{1}{2}\}$.

故选C.

3.由题中的Venn图可得阴影部分的元素既属于M,又属于P,但不属于N,故阴影部分表示的集合为$M\cap P\cap\complement_I N=M\cap(P\cap\complement_I N)$.

故选B.

4.由已知得$P=\{2,1,4,6,3,8\}$,故集合P的真子集的个数为$2^6-1=63$.

故选D.

5.满足条件的集合M至少含有1,2,3这3个数,且是集合$\{1,2,3,4,5,6\}$的真子集,所以集合$M=\{1,2,3\}$或$M=\{1,2,3,4\}$或$M=\{1,2,3,5\}$或$M=\{1,2,3,6\}$或$M=\{1,2,3,4,5\}$或$M=\{1,2,3,4,6\}$或$M=\{1,2,3,5,6\}$,共7个.故选B.

6.两个集合的交集还是一个集合,因为M,N是两个点集,而A选项是x,y的值,B选项是一个点,所以A,B都不对;C选项虽是集合但不是点集,所以C不对.

故选D.

二、填空题

7.4;

8.$\{0,2,3\}$.

提示:

7.因为$A\cap B=\{4\}$,所以$4\in A$,故$x=4$.

8.$M=\{x|6x^2-5x+1=0\}=\{\frac{1}{3},\frac{1}{2}\}$,$P=\{x|ax=1\}$,$P\subseteq M$,$\therefore P=\varnothing$,$P=\{\frac{1}{3}\}$或$P=\{\frac{1}{2}\}$,$\therefore a=0$或$a=3$或$a=2$.$\therefore a$的取值集合为$\{0,2,3\}$.

三、解答题

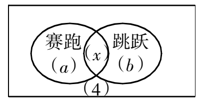
9.解:(1)要使A为空集,方程应无实根,应满足$\begin{cases}a\neq0,\\\Delta<0.\end{cases}$解得$a>\frac{9}{8}$为所求.

(2)当$a=0$时,方程为一元一次方程,有一解$x=\frac{2}{3}$;

当$a\neq0$时,方程为一元二次方程,使集合A只有一个元素的条件是$\Delta=0$,解得$a=\frac{9}{8}$,此时$x=\frac{4}{3}$.

$\therefore a=0$时,$A=\{\frac{2}{3}\}$;$a=\frac{9}{8}$时,$A=\{\frac{4}{3}\}$.

10.解:如图2所示,设只参加赛跑、只参加跳跃、两项都参加的人数分别为a,b,x.



根据题意有$\begin{cases}a+x=20,\\b+x=11,\\a+b+x=30-4.\end{cases}$

解得$x=5$,即两项都参加的有5人.

第2期

2版 《堂堂清》

1.2.1 函数的概念

1.B. 2.D. 3.D. 4.B. 5.A. 6.$3+\sqrt{2}$.

7.D. 8.A. 9.C.

10.(1)$[1,2)\cup(2,+\infty)$;(2)$(-1,+\infty)$.

11.C. 12.B.

1.2.2 函数的表示法

1.D. 2.3;2. 3.B. 4.D. 5.C. 6.B. 7.C. 8.B.

9.$(-3,1)$. 10.B.

11.略.

12.解:(1)$\because f(x)+2f(\frac{1}{x})=x$,将原式中的$x$与$\frac{1}{x}$互换,得$f(\frac{1}{x})+2f(x)=\frac{1}{x}$.于是得关于$f(x)$的方程组

$\begin{cases} f(x)+2f(\frac{1}{x})=x, \\ f(\frac{1}{x})+2f(x)=\frac{1}{x}, \end{cases}$ 解得$f(x)=\frac{2}{3x}-\frac{x}{3}(x\neq0)$.

(2)$\because f(x)+2f(-x)=x^2+2x$,将$x$换成$-x$,得$f(-x)+2f(x)=x^2-2x$,$\therefore$将以上两式消去$f(-x)$,得$3f(x)=x^2-6x$,

$\therefore f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x$.

3版 同步分层能力测试题(二)

基础练

一、选择题

1~6.BCBBAC.

提示:

1.①中当$x>0$时,每一个x的值对应两个不同的y值,因此不是函数图象;②中当$x=x_0$时,y的值有两个,因此不是函数图象;③④中每一个x的值对应唯一的y值,因此是函数图象.

故选B.

2.选项A前者的定义域为$\{x|x\neq3\}$,而后者的定义域为$\mathbf{R}$;选项B前者的对应关系为$y=|x|-1$而后者为$y=x-1$;选项D前者的对应关系为$y=2x+1$而后者为$y=2x-1$.

故选C.

3.令$3x+2=t$,得到$x=\frac{t-2}{3}$,故$f(t)=3(t-2)+8=3t+2$,故$f(x)=3x+2$.

故选B.

4.$\because$函数$f(x)=|x-1|-1(x\in\{0,1,2,3\})$,$\therefore f(x)$分别是$0,-1,0,1$,则函数$f(x)$的值域是$\{-1,0,1\}$.

故选B.

5.$\because f(a)+f(1)=0$,$\therefore f(a)=-f(1)=-2$,$\therefore 2a=-2$,或$a+1=-2$,解得$a=-1$(舍去),或$a=-3$.

故选A.

6.因为函数$f(x)$的定义域为$[0,1]$,则$0\leq2x\leq1$,且$0\leq x+\frac{1}{3}\leq1$,即$0\leq x\leq\frac{1}{2}$,且$-\frac{1}{3}\leq x\leq\frac{2}{3}$,解得$0\leq x\leq\frac{1}{2}$,所以函数$f(2x)+f(x+\frac{1}{3})$的定义域为$[0,\frac{1}{2}]$.

故选C.

二、填空题

7.$f(x)=-2x-3$,或$f(x)=2x+1$;

8.$[-5,0]\cup[2,6)$;$[0,+\infty)$.

提示:

7.由题意,设$f(x)=ax+b(a\neq0)$,则$f(f(x))=f(ax+b)=a(ax+b)+b=a^2x+ab+b=4x+3$.

$\therefore\begin{cases} a^2=4, \\ ab+b=3, \end{cases}$ 解得$\begin{cases} a=-2, \\ b=-3, \end{cases}$或$\begin{cases} a=2, \\ b=1. \end{cases}$

故所求$f(x)=-2x-3$,或$f(x)=2x+1$.

8.观察图象可得.

三、解答题

9.(1)不相等.因为$f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}=x+2(x\neq2)$,而$g(x)=x+2$的定义域为$\mathbf{R}$,所以它们的定义域不同,故不相等.

(2)相等.因为$f(x)=\sqrt{(x+2)^2}=|x+2|$,它与$g(x)=|x+2|$的对应关系、定义域相同,所以它们是相等的.

(3)不相等.因为$f(x)=\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}$的定义域为$\{x|x\geq1\}$,$g(x)=\sqrt{(x+1)(x-1)}$的定义域为$\{x|x\leq-1,或x\geq1\}$,两函数的定义域不同,故不相等.

10.解:(1)因为函数$f(x)=\begin{cases} f(x+1),-2<x<0, \\ 2x+1, \quad 0\leq x<2, \\ x^2-1, \quad x\geq2, \end{cases}$

所以$f(-\frac{3}{2})=f(-\frac{3}{2}+1)=f(-\frac{1}{2})=f(-\frac{1}{2}+1)=f(\frac{1}{2})=2$.

(2)当$0<a<2$时,由$f(a)=2a+1=4$,解得$a=\frac{3}{2}$;

当$a\geq2$时,由$f(a)=a^2-1=4$,得$a=\sqrt{5}$,或$a=-\sqrt{5}$(舍去).

综上,实数a的值为$\frac{3}{2}$,或$\sqrt{5}$.

11.解:(1)当$x\geq1$时,$y=y_1^2=(x+2)^2$;

当$x<1$时,$y=y_2+2=x^2+2$.

故$y=\begin{cases} (x+2)^2,x\geq1, \\ x^2+2,x<1. \end{cases}$

(2)当$x\geq1$时,由$(x+2)^2=16$,解得$x=2$,或$x=-6$(舍去);

当$x<1$时,由$x^2+2=16$,

解得$x=-\sqrt{14}$,或$x=\sqrt{14}$(舍去).

故$x=2$,或$x=-\sqrt{14}$.

12.解:(1)由题意,设$f(x)=ax^2+bx+c(a\neq0)$.

$\because f(0)=1$,$\therefore c=1$,则$f(x)=ax^2+bx+1$.

$\because f(x+1)-f(x)=a(x+1)^2+b(x+1)+1-ax^2-bx-1=2ax+a+b=2x$,$\therefore 2a=2,a+b=0$,

$\therefore a=1,b=-1$,故$f(x)=x^2-x+1$.

(2)$f(x)=x^2-x+1=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$,

$\therefore f(x)$在$[-1,1]$上的最大值为3,最小值为$\frac{3}{4}$,

即所求值域为$[\frac{3}{4},3]$.

提升练

一、选择题

1~6.BCBCCD.

提示:

1.令$\frac{1}{x}=t$,则$x=\frac{1}{t}$,$f(t)=\frac{\frac{1}{t}}{1-\frac{1}{t}}=\frac{1}{t-1}$,$\therefore f(x)=\frac{1}{x-1}$.

故选B.

2.注意理解两坐标轴s,t的含义,这里s是指距起点的距离,不是路程的累加,结合题意可知C符合.

故选C.

3.由图象知,选项A,D中定义域不是$\{x|-3\leq x\leq8,x\neq5\}$,排除A,D.选项C中,出现一个$x$对应三个$y$,所以不是函数,故排除C.

故选B.

4.要使函数有意义,则$\begin{cases} x-\frac{1}{2}\neq0, \\ x+2\geq0, \end{cases}$即$\begin{cases} x\neq\frac{1}{2}, \\ x\geq-2, \end{cases}$即$x\geq-2$且$x\neq\frac{1}{2}$,即函数的定义域为$[-2,\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},+\infty)$.

故选C.

5.由函数$f(2x+1)$的定义域为$(-2,\frac{1}{2})$,得$-2<x<\frac{1}{2}$,所以$-3<2x+1<2$,从而得函数$f(x)$的定义域为$(-3,2)$.

故选C.

6.$\because f:x\to x$表示把A中的元素x映射到集合B中仍为x,$\therefore A=B$.又$\because$集合$A=\{a^2-4a,-1\}$,$B=\{b^2-4b+1,-2\}$,$\therefore a^2-4a=-2$,且$b^2-4b+1=-1$,即a,b是方程$x^2-4x+2=0$的两个根,故$a+b=4$.

故选D.

二、填空题

7.$f(x)=2x+\frac{8}{3}$,或$f(x)=-2x-8$;

8.18.

提示:

7.设$f(x)=ax+b(a\neq0)$,则$f(f(x))=f(ax+b)=a^2x+ab+b=4x+8$.

$\therefore\begin{cases} a^2=4, \\ ab+b=8, \end{cases}$ 解得$\begin{cases} a=2, \\ b=\frac{8}{3}, \end{cases}$或$\begin{cases} a=-2, \\ b=-8. \end{cases}$

8.因为$f(x)+f(\frac{1}{x})=\frac{x+3}{x+1}+\frac{\frac{1}{x}+3}{\frac{1}{x}+1}=\frac{x+3}{x+1}+\frac{1+3x}{1+x}=4$,又$f(1)=2$,则$m+n=f(1)+[f(2)+f(\frac{1}{2})]+[f(4)+f(\frac{1}{4})]+[f(8)+f(\frac{1}{8})]+[f(16)+f(\frac{1}{16})]=2+16=18$.

三、解答题

9.解:(1)$\because$函数$f(x)=\sqrt{3-x}+\frac{1}{x-2}$,且偶次根号下被开方式要大于等于0,分母不为0,$\therefore\begin{cases} 3-x\geq0, \\ x-2\neq0, \end{cases}$解得$x\leq3$,且$x\neq2$,故函数$f(x)$的定义域为$\{x|x\leq3,且x\neq2\}$.

(2)$\because a<0$,$f(x)=\sqrt{3-x}+\frac{1}{x-2}$,$\therefore f(a)=\sqrt{3-a}+\frac{1}{a-2}$,

$f(a-1)=\sqrt{3-(a-1)}+\frac{1}{(a-1)-2}=\sqrt{4-a}+\frac{1}{a-3}$.

10.解:(1)$\because f(-2)=1-2\times(-2)=5$,

$\therefore f(f(-2))=f(5)=4-5^2=-21$.

(2)当$a\in\mathbf{R}$时,$a^2+1\geq1>0$,$\therefore f(a^2+1)=4-(a^2+1)^2=-a^4-2a^2+3(a\in\mathbf{R})$.

(3)当$-4\leq x<0$时,$f(x)=1-2x$,$\therefore 1<f(x)\leq9$;

当$x=0$时,$f(x)=2$;

当$0<x<3$时,$f(x)=4-x^2$,$\therefore -5<f(x)<4$.

综上,得当$-4\leq x<3$时,函数$f(x)$的值域是$(-5,9]$.

第3期

2版 《堂堂清》

1.3.1 单调性

1.A. 2.D. 3.B. 4.A. 5.C.

6.(1)单调增区间是$[-1,+\infty)$,单调减区间是$(-\infty,-1)$;

(2)单调增区间是$(-\infty,\frac{a}{2}]$,单调减区间是$(\frac{a}{2},+\infty)$;

(3)单调增区间是$[\frac{1}{2},+\infty)$,单调减区间是$(-\infty,\frac{1}{2})$;

(4)单调增区间是$(-\infty,-2)$和$(-2,+\infty)$,无减区间.

1.3.1 最大(小)值

1.C. 2.D. 3.C. 4.B.

5.-1.

6.15;-1.

7.$f(x)_{max}=2$,$f(x)_{min}=\frac{5}{4}$.

1.3.2 奇偶性

1.B. 2.B. 3.D.

4.$\{x|-1<x<1\}$.

5.解:(1)设x_1,x_2是$\mathbf{R}$上的任意两个不相等的实数,且$x_1<x_2$,则$f(x_1)-f(x_2)=(-2x_1+m)-(-2x_2+m)=2(x_2-x_1)$.$\because x_1<x_2$,$\therefore x_2-x_1>0$,$\therefore f(x_1)>f(x_2)$,$\therefore$函数$f(x)$在$\mathbf{R}$上是减函数.

(2)$\because$函数$f(x)$是奇函数,$\therefore$对任意$x\in\mathbf{R}$,有$f(-x)=-f(x)$,$\therefore 2x+m=-(-2x+m)$.$\therefore m=0$.

6.$(-2,0)\cup(2,5]$.

3版 同步分层能力测试题(三)

基础练

一、选择题

1~6.BCCCBD.

提示:

1.$y=1$是常数函数,所以不具有单调性;$y=-x^2-2x-1$在$(-\infty,-1)$上是单调递增函数;$y=1+x^2$在$(0,+\infty)$上是单调递增函数.

故选B.

2.由图象可知此函数的最小值是$f(-2)$,最大值是2.

故选C.

3.$\because$若$f(x)$为增函数,$g(x)$为减函数,则$f(x)+g(x)$的增减性不确定.

例如$f(x)=x+2$为$\mathbf{R}$上的增函数,

当$g(x)=-\frac{1}{2}x$时,则$f(x)+g(x)=\frac{x}{2}+2$为增函数;

当$g(x)=-3x$时,则$f(x)+g(x)=-2x+2$为减函数.

$\therefore$不能确定$f(x)+g(x)$的单调性.

故选C.

4.所给二次函数的对称轴为$x=3$,且开口向上,故为先递减再递增.

故选C.

5.$\because$函数$f(x)=(m-1)x^2+(m-2)x+(m^2-7m+12)$为偶函数,$\therefore f(-x)=f(x)$,$\therefore(m-1)x^2-(m-2)x+(m^2-7m+12)=(m-1)x^2+(m-2)x+(m^2-7m+12)$,$\therefore m-2=0,m=2$.

故选B.

6.画出图象可得函数$f(x)$在实数集$\mathbf{R}$上单调递增,故由$f(2-a^2)<f(a)$,可得$2-a^2<a$,即$a^2+a-2>0$,解得$a<-2$,或$a>1$.故实数a的取值范围是$(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$.

故选D.

二、填空题

7.奇函数;

8.1.

提示:

7.$f(x)$的定义域为$\{x|x\neq\pm1\}$,其对应的点关于原点对称,且$f(-x)=-f(x)$.

8.因为奇函数$f(x)=\frac{2}{3^x+1}-a$的定义域是$\mathbf{R}$,所以$f(0)=\frac{2}{3^0+1}-a=0$,解得$a=1$.

三、解答题

9.解:当(1)$0\leq x\leq2$时,$|x|=x$,$f(x)=1+2x-x=1+x$;当$-1\leq x<0$时,$|x|=-x$,$f(x)=1-2x-x=1-3x$,

$\therefore f(x)=\begin{cases} 1+x,0\leq x\leq2, \\ 1-3x,-1\leq x<0. \end{cases}$

(2)图象如图1.

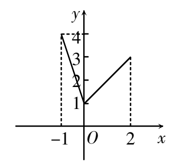


图1

(3)由(2)可知,$f(x)$的单调递减区间为$[-1,0)$,单调递增区间为$[0,2]$,$f(x)_{max}=f(-1)=4$,$f(x)_{min}=f(0)=1$,故$f(x)$的值域为$[1,4]$.

10.解:先作出$y=x^2-6x+8$的图象,然后x轴上方的不变,x轴下方的部分关于x轴对称翻折,得到如图2的$f(x)=|x^2-6x+8|$的图象,由图象可知$f(x)$的增区间为$[2,3]$,$[4,+\infty)$;减区间为$(-\infty,2]$,$[3,4]$.

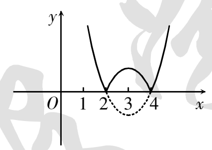


图2

11.(1)证明:任取$x_1,x_2\in(0,+\infty)$,且$x_1<x_2$,则$x_2-x_1>0$,$x_1x_2>0$,

$\therefore f(x_2)-f(x_1)=(\frac{1}{a}-\frac{1}{x_2})-(\frac{1}{a}-\frac{1}{x_1})=\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}=\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}>0$,$\therefore f(x_2)>f(x_1)$.

$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上是单调递增函数.

(2)解:$\because f(x)$在$[\frac{1}{2},2]$上单调递增,

$\therefore f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$,$f(2)=2$,易得$a=\frac{2}{5}$.

12.解:(1)杨涛同学的观点是正确的.

事实上,若$f(x)$是奇函数,且0在定义域$\mathbf{R}$内,则$f(0)=0$.但无论a取何实数,$f(0)=|a|+1>0$,得$f(0)\neq0$.

$\therefore f(x)$不可能是奇函数.

(2)$a=0$,此时$f(x)=x^2+|x|+1$.

$\because$对任意的$x\in\mathbf{R}$,均有$x^2\geq0$,$|x|\geq0$,得$f(x)\geq1$,且当$x=0$时,$f(x)=1$,

$\therefore f(x)_{min}=f(0)=1$.

提升练

一、选择题

1~6.BDDABD.

提示:

1.由题意可知$x=-2$是$f(x)$的对称轴,$\therefore\frac{m}{4}=-2$,$m=-8$.

故选B.

2.函数$f(x)=x^2-2x$的对称轴为$x=1$,开口向上,而且$f(-1)=3$,函数$f(x)=x^2-2x$在区间$[-1,t]$上的最大值为3,又$f(3)=9-6=3$,则实数t的取值范围是$(-1,3]$.

故选D.

3.因为$\frac{f(a)-f(b)}{a-b}<0$,所以当$a>b$时,$f(a)<f(b)$;当$a<b$时,$f(a)>f(b)$.由减函数定义知,$f(x)$在$\mathbf{R}$上是减函数.

故选D.

4.由对称轴$x=1-a\geq4$,得$a\leq-3$.

故选A.

5.可得$\begin{cases} -f(1)+g(1)=2, \\ f(1)+g(1)=4, \end{cases}$解得$g(1)=3$.

故选B.

6.$\because$函数$f(x)$的定义域是实数集,$f(-x)=-f(x)$,$\therefore$函数$f(x)$是奇函数,故①正确;$\because|f(x)|=\frac{|x|}{|x|+1}<1$,$\therefore -1<f(x)<1$,故②正确;$\because$函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上可化为$f(x)=1-\frac{1}{x+1}$,奇函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数,$\therefore f(x)$在其定义域内是增函数,故③正确.故选D.

二、填空题

7.$0<a<4$;

8.$f(-1)<f(-\frac{3}{2})<f(\frac{3}{2})$.

提示:

7.构造函数$g(x)=f(x)-1=x^3+x$,则函数$g(x)$是奇函数,且在$\mathbf{R}$上单调递增.$\therefore f(x^2+a)+f(ax)>2$等价于$g(x^2+a)+g(ax)>0$,$\therefore x^2+a>-ax$,$\therefore x^2+ax+a>0$,$\therefore\Delta=a^2-4a<0$,$\therefore 0<a<4$.

8.由函数$f(x)=3x^2+ax+b$,且$f(x-1)$是偶函数,可得函数$f(x)=3x^2+ax+b$的对称轴为$x=-1$,函数$f(x)$在$x=-1$时取得最小值,且函数的开口向上,所以$f(-1)<f(-\frac{3}{2})<f(\frac{3}{2})$.

三、解答题

9.解:(1)由题可得定义域为$\{x|x\neq0\}$,又$f(x)=1+\frac{2}{x}$,

$\therefore$其值域为$\{y|y\neq1\}$.

(2)设$0<x_1<x_2$,则$f(x_1)-f(x_2)=(1+\frac{2}{x_1})-(1+\frac{2}{x_2})=\frac{2}{x_1}-\frac{2}{x_2}=\frac{2(x_2-x_1)}{x_1x_2}$,

$\because 0<x_1<x_2$,$\therefore x_1x_2>0$,$x_2-x_1>0$,

$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0$,即$f(x_1)>f(x_2)$,

$\therefore$函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上为单调递减函数,最大值$f(2)=2$,最小值$f(8)=\frac{5}{4}$.

10.解:$\because f(x)$是定义在$(-1,1)$上的奇函数,

$\therefore f(0)=0$,即$a=0$.

又$\because f(\frac{1}{2})=\frac{2}{5}$,$\therefore\frac{\frac{1}{2}}{b+(\frac{1}{2})^2}=\frac{2}{5}$,即$b=1$.

$\therefore f(x)=\frac{x}{1+x^2}$.

(1)证明:设x_1,x_2是$(-1,1)$上的任意两个实数,且$x_1<x_2$,

$\therefore f(x_2)-f(x_1)=\frac{x_2}{1+x_2^2}-\frac{x_1}{1+x_1^2}=\frac{(x_2-x_1)(1-x_1x_2)}{(1+x_2^2)(1+x_1^2)}$.

$\because x_1,x_2\in(-1,1)$,且$x_2-x_1>0$,$1-x_1x_2>0$,

$\therefore\frac{(x_2-x_1)(1-x_1x_2)}{(1+x_2^2)(1+x_1^2)}>0$,

$\therefore f(x_2)>f(x_1)$,$\therefore f(x)$在$(-1,1)$上单调递增.

(2)$\because f(x)=\frac{x}{1+x^2}$是$(-1,1)$上的奇函数且单调递增,

又$\because f(m-1)+f(1-2m)<0$,$\therefore f(m-1)<f(2m-1)$,