答案详解(第37~40期)

主编 王 静 终审 李双孝
责编 卢晓丽 照排 董俊英

$a_3^2=\frac{5}{2}$;$2a_4^2=a_3^2+a_2^2=\frac{5}{2}+4=\frac{13}{2}$, 即$a_4^2=\frac{13}{4}$;$2a_5^2=a_4^2+a_3^2=\frac{13}{4}+\frac{5}{2}=\frac{23}{4}$,即$a_5^2=\frac{23}{8}$;$2a_6^2=a_5^2+a_4^2=\frac{23}{8}+\frac{13}{4}=\frac{49}{8}$,即$a_6^2=\frac{49}{16}$.又$\because a_n>0$,$\therefore a_6=\frac{7}{4}$.

8.易知$a_2^2-a_1\cdot a_3=-1$,得$a_3=10$,同理可得$a_4=33$.

三、解答题

9.解:把$a_1=1$,$a_2=3$代入$a_{n+1}=pa_n+q$,得$a_2=pa_1+q$,

即$3=p+q$.①

把$a_2=3$代入$a_3=pa_2+q$,得$a_3=3p+q$.②

把$a_4=15$代入$a_4=pa_3+q$,得$15=pa_3+q$.③

联立①②③,得$\begin{cases}p=2,\\q=1,\end{cases}$或$\begin{cases}p=-3,\\q=6.\end{cases}$

10.解:(1)$a_1=1$,$a_2=\frac{2}{3}$,$a_3=\frac{2}{4}$,$a_4=\frac{2}{5}$,…,$a_n=\frac{2}{n+1}$.

(2)因为$b_n=\frac{a_n}{a_{n+1}}=\frac{n+2}{n+1}$,

所以$b_{2017}b_{2018}b_{2019}=\frac{2019}{2018}\times\frac{2020}{2019}\times\frac{2021}{2020}=\frac{2021}{2018}$.

第40期

2版 《堂堂清》

2.2 等差数列的概念

1.A; 2.②③; 3.B; 4.C; 5.C; 6.A; 7.22; 8.$a_1=1$,$d=4$.

2.2 等差数列的通项公式

1.B; 2.A; 3.3; 4.C; 5.4; 6.B.

7.解:(1)由题意,知$\begin{cases}a_1+(5-1)d=-1,\\a_1+(8-1)d=2,\end{cases}$解得$\begin{cases}a_1=-5,\\d=1.\end{cases}$

(2)由题意,知$\begin{cases}a_1+a_1+(6-1)d=12,\\a_1+(4-1)d=7,\end{cases}$解得$\begin{cases}a_1=1,\\d=2,\end{cases}$

$\therefore a_n=1+2(n-1)=2n-1$,$a_9=2\times9-1=17$.

8.第一个负数项为$a_{15}=-2$.

2.2 等差数列的性质

1.A; 2.C; 3.D; 4.C;

5.−1; 6.48; 7.30; 8.3.

3版 同步分层能力测试题(三)

基础练

一、选择题

1~6.BCACCA.

提示:

1.$\because 3,x,5$成等差数列,$\therefore 2x=3+5$,解得$x=4$.故选B.

2.$\because$等差数列$\{a_n\}$中,$a_2=6$,$a_4=8$,$\therefore\begin{cases}a_1+d=6,\\a_1+3d=8,\end{cases}$

解得$a_1=5$,$d=1$,$\therefore a_6=a_1+5d=5+5=10$.

故选C.

3.由题意可得$a=\frac{1}{\sqrt3+\sqrt2}$,$b=\frac{1}{\sqrt3-\sqrt2}$,则$a,b$的等差中项为$\frac{a+b}{2}=\frac{\frac{1}{\sqrt3+\sqrt2}+\frac{1}{\sqrt3-\sqrt2}}{2}=\frac{2\sqrt3}{2}=\sqrt3$.故选A.

4.根据题意,等差数列$\{a_n\}$中,$a_5+a_7=2$,

则$a_5+a_7=a_4+a_8=2a_6=2$,

则有$a_4+a_8=2$,$2a_6=2$,

则$a_4+2a_6+a_8=4$.

故选C.

5.$\because$数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n+3$,$a_1=0$,

$\therefore$数列$\{a_n\}$是首项为0,公差为3的等差数列,

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=3n-3$.

故选C.

6.设公差为d,$\because a_1=\frac{1}{3}$,$a_2+a_5=4$,$\therefore a_1+d+a_1+4d=4$,即$\frac{2}{3}+5d=4$,可得$d=\frac{2}{3}$.再由$a_n=a_1+(n-1)d=\frac{1}{3}+(n-1)\cdot\frac{2}{3}=33$,解得$n=50$.

故选A.

二、填空题

7.6;

8.$2n-3$.

提示:

7.等差数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_{12}=2a_7=4$,

$\therefore a_7=2$,则$a_2+a_7+a_{12}=3a_7=6$.

8.由$\begin{cases}2a_1+6d=10,\\2a_1+8d=14,\end{cases}$解得$\begin{cases}a_1=-1,\\d=2.\end{cases}$

三、解答题

9.解:(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d,

依题意,得$\begin{cases}2a_1+8d=a_1+9d,\\a_1+d=4,\end{cases}$解得$a_1=d=2$.

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n$.

(2)由(1),知$a_n=2n$,所以$2n=2000$,解得$n=1000$.

10.解:由题意知$a_n=2n-7$.由$2n-7=52$,得$n=29.5\notin\mathbf{N}^*$,

$\therefore$52不是该数列中的项.

又由$2n-7=2k+7$,解得$n=k+7\in\mathbf{N}^*$,$\therefore 2k+7$是数列$\{a_n\}$中的项,且是第$k+7$项.

11.解:因为$\{\frac{a_n+\lambda}{3^n}\}$为等差数列,所以$\frac{a_{n+1}+\lambda}{3^{n+1}}-\frac{a_n+\lambda}{3^n}=d$,$d$为常数.因为$a_{n+1}=3a_n+3^n-8(n\in\mathbf{N}^*)$,所以$\frac{3a_n+3^n-8+\lambda}{3^{n+1}}-\frac{a_n+\lambda}{3^n}=d$, 则左边$=\frac{3a_n+3^n-8+\lambda-(3a_n+3\lambda)}{3^{n+1}}=\frac{3^n-8-2\lambda}{3^{n+1}}=\frac{1}{3}+\frac{-8-2\lambda}{3^{n+1}}$为常数,则$-8-2\lambda=0$,解得$\lambda=-4$.

12.解:(1)数列$\{a_n\}$中,已知$a_1=1$,$a_{n+1}=\frac{a_n}{1+2a_n}$,

可得$a_{n+1}+2a_{n+1}a_n=a_n$,可得$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=2$.

所以数列$\{\frac{1}{a_n}\}$是以1为首项,2为公差的等差数列.

(2)由(1)可得$\frac{1}{a_n}=1+2(n-1)=2n-1$,

$\therefore$数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{1}{2n-1}$.

提升练

一、选择题

1~6.BBBDBC.

提示:

1.数列$\{a_n\}$为等差数列,且$a_5+a_9=\frac{8\pi}{3}$,

则$2a_7=a_5+a_9=\frac{8\pi}{3}$,

解得$a_7=\frac{4\pi}{3}$,

所以$\tan a_7=\tan\frac{4\pi}{3}=\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt3$.

故选B.

2.设新数列a_1+a_4,a_2+a_5,a_3+a_6,…的第n项是b_n,则$b_n=a_n+a_{n+3}=2a_1+(n-1)d+(n+2)d=2a_1+(2n+1)d$,$\therefore b_{n+1}-b_n=2d$,此新数列是以$2d$为公差的等差数列.故选B.

3.$\because$等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=5$,$a_4+a_7=0$,

$\therefore 5+3d+5+6d=0$,

$\therefore d=-\frac{10}{9}$,

$\therefore a_n=5-\frac{10}{9}(n-1)=-\frac{10}{9}n+\frac{55}{9}$.

$\because a_n=-\frac{10}{9}n+\frac{55}{9}>0$时,解得$n<5.5$,

则$\{a_n\}$中为正数的项的个数为5.

故选B.

4.由$a_9=a_1+8d\leqslant1$,$a_{10}=a_1+9d>1$,得$\frac{8}{75}<d\leqslant\frac{3}{25}$.

故选D.

5.由$a_k=a_1+(k-1)d$,有$-6+(k-1)d=0$,得$k=\frac{6}{d}+1$,所以当$d=1$时,k取到最大值7.

故选B.

6.$\because\frac{1}{\tan A}$,$\frac{1}{\tan B}$,$\frac{1}{\tan C}$依次成等差数列,$\therefore\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan C}=\frac{2}{\tan B}$,$\frac{\cos A\sin C+\sin A\cos C}{\sin A\sin C}=\frac{\sin(A+C)}{\sin A\sin C}=\frac{\sin B}{\sin A\cdot\sin C}=\frac{2\cos B}{\sin B}$,$2\sin A\sin C\cos B=\sin^2B$.由正弦定理,得$2ac\cos B=b^2$.由余弦定理,得$a^2+c^2-b^2=b^2$,$a^2+c^2=2b^2$,即$a^2$,$b^2$,$c^2$依次成等差数列.故选C.

二、填空题

7.−1; 8.$\frac{2020}{2021}$.

提示:

7.$\because a_1+a_2+\cdots+a_{14}=77$,

又知$a_1+a_{14}=a_2+a_{13}=a_3+a_{12}=\cdots=a_7+a_8$,

$\therefore$由题意,得$7(a_1+a_{14})=77$,

$\therefore 2a_1+13d=11$,$\therefore d=\frac{11-2a_1}{13}$.

$\because a_{11}=a_1+10d=\frac{110-7a_1}{13}$,

又$\because a_1$,a_{11}均为正整数,$a_1=\frac{110-13a_{11}}{7}>0$,

$\therefore 1\leqslant a_{11}\leqslant8$.

逐一代入,得$a_{11}=2$,$a_1=12$,

由$a_{11}=a_1+10d$,解得$d=-1$.

故答案为−1.

8.由条件$a_n+b_n=1$,$a_1=\frac{1}{2}$,$b_{n+1}=\frac{b_n}{1-a_n^2}(n\in\mathbf{N}^*)$,得$b_{n+1}=\frac{1}{2-b_n}$,所以$\frac{1}{b_{n+1}-1}-\frac{1}{b_n-1}=-1$.因为$b_1=\frac{1}{2}$,所以$\frac{1}{b_1-1}=-2$,故数列$\{\frac{1}{b_n-1}\}$是以−2为首项,−1为公差的等差数列,所以$\frac{1}{b_n-1}=-n-1$,$b_n=\frac{n}{n+1}$,$b_{2020}=\frac{2020}{2021}$.

三、解答题

9.证明:$\because a,b,c$成等差数列,

$\therefore 2b=a+c$,

$\therefore(b+c)+(a+b)=a+2b+c=a+(a+c)+c=2(a+c)$,

$\therefore b+c$,$c+a$,$a+b$也成等差数列.

10.解:(1)因为$f(x)=\frac{3x}{x+3}$,数列$\{x_n\}$的通项$x_n=f(x_{n-1})$,

所以$x_n=\frac{3x_{n-1}}{x_{n-1}+3}$,所以$\frac{1}{x_n}=\frac{1}{x_{n-1}}+\frac{1}{3}$,所以$\frac{1}{x_n}-\frac{1}{x_{n-1}}=\frac{1}{3}$,

所以$\{\frac{1}{x_n}\}$是等差数列.

(2)当$x_1=\frac{1}{2}$时,$\frac{1}{x_1}=2$,所以$\frac{1}{x_n}=2+\frac{1}{3}(n-1)=\frac{n+5}{3}$,

所以$x_n=\frac{3}{n+5}$,所以$x_{2020}=\frac{3}{2025}$.

❖印刷/河南豫晋印务有限公司 地址/郑州市管城区金岱工业园 ❖本报四开四版 ❖订阅/全国各地邮局(所) ❖本期定价 1.25 元

学习报®
高中数学
全国教辅类一级报纸
人教A 必修5
2019-2020
第37~40期
教师用报指南
2020年4月1日
http://www.xuexibao.com
山西出版传媒集团主管 山西三晋报刊传媒集团主办 学习报社编辑出版 总编辑 苗俊青 国内统一刊号 CN14-0708/(F)

第37期

2版 《堂堂清》

1.1 正弦定理

1.A; 2.B; 3.D; 4.B; 5.略.

1.1 正弦定理的应用

1.C; 2.$4\sqrt6$; 3.D; 4.A; 5.A. 6.$\frac{\sqrt6}{3}$.

1.1 余弦定理

1.B; 2.钝角; 3.B; 4.$\frac{\sqrt3}{2}$; 5.$\frac{1}{2}$; 6.$\frac{23}{32}$.

1.1 余弦定理的应用

1.C; 2.C; 3.$\sqrt7$; 4.2; 5.(1)30°;(2)$\frac{61}{2}$.

3版 同步分层能力测试题(一)

基础练

一、选择题

1~6.BACADC.

提示:

1.考虑正弦定理.

故选B.

2.由$a^2+b^2-c^2=2ab\cos C>0$,得$\cos C>0$.

故选A.

3.$\because C=60°$,$b=\sqrt2$,$c=\sqrt3$,

$\therefore$由正弦定理,可得$\sin B=\frac{b\cdot\sin C}{c}=\frac{\sqrt2}{2}$.

$\because b<c$,B为锐角,$\therefore B=45°$,$\therefore A=180°-B-C=75°$.

故选C.

4.原式$=\frac{b^2+c^2-a^2}{2c}+\frac{c^2+a^2-b^2}{2c}=c=\sqrt2$.

故选A.

5.由$b\sin2A=a\sin B$,得$2\sin B\sin A\cos A=\sin A\sin B$,得$\cos A=\frac{1}{2}$.

又$c=2b$,由余弦定理得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+4b^2-4b^2\cdot\frac{1}{2}=3b^2$,得$\frac{a}{b}=\sqrt3$.

故选D.

6.由正弦定理,有$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$,所以$\frac{4\sqrt3}{\sin A}=\frac{2}{\sin30°}$,$\sin A=\sqrt3$,而$0<\sin A\leqslant1$,所以角$A$的值不存在,此三角形无解.故选C.

二、填空题

7.30°; 8.50.

提示:

7.$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{\sqrt3}{2}$,则$C=30°$.

8.在$\triangle ABC$中,由正弦定理,得$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}$.$\therefore AC=\frac{BC\sin B}{\sin A}=2BC=20$.又$\triangle ABC$等腰三角形,且$AC=AB$,$\therefore\triangle ABC$的周长为$AB+BC+AC=50$.

三、解答题

9.解:取$c=1$,则$a=\sqrt3$,

$b=\sqrt{c^2+a^2-2ca\cos B}=\sqrt{1+3-2\times\sqrt3\times\frac{\sqrt3}{2}}=1$.

此时$\triangle ABC$为等腰三角形,故$C=30°$,$A=120°$.

10.解:(1)由余弦定理,得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=4+25-2\times2\times5\times\frac{3}{5}=17$,即$b=\sqrt{17}$.

(2)由$\cos B=\frac{3}{5}$,得$\sin B=\frac{4}{5}$.由正弦定理及(1),有$\frac{\sin C}{c}=\frac{\sin B}{b}$,即$\frac{\sin C}{5}=\frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{17}}$,解得$\sin C=\frac{4\sqrt{17}}{17}$.

11.(1)$\because\sin^2B+\sin^2C-\sqrt2\sin B\sin C=\sin^2A$.

由正弦定理,得$b^2+c^2-\sqrt2bc=a^2$.

$\therefore\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{\sqrt2}{2}$,从而$A=\frac{\pi}{4}$.

(2)$S=\frac{1}{2}bc\sin A=1$,从而$bc=2\sqrt2$.

$\therefore a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-4\geqslant4\sqrt2-4$.

故$a_{\min}=2\sqrt{\sqrt2-1}$.

12.解:(1)$\because a^2+c^2=b^2-ac$,$\therefore\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=-\frac{1}{2}$.

$\because B\in(0,\pi)$,$\therefore B=\frac{2}{3}\pi$.

(2)在$\triangle ABD$中,由正弦定理,有$\frac{AD}{\sin B}=\frac{BD}{\sin\angle BAD}$.

$\therefore\sin\angle BAD=\frac{BD\cdot\sin B}{AD}=\frac{\frac{\sqrt3}{2}}{2\sqrt3}=\frac{1}{4}$,

$\therefore\cos\angle BAC=\cos2\angle BAD=1-2\times\frac{1}{16}=\frac{7}{8}$,

$\therefore\sin\angle BAC=\sqrt{1-(\frac{7}{8})^2}=\frac{\sqrt{15}}{8}$,

$\therefore\cos C=\cos(60°-\angle BAC)=\frac{7+3\sqrt5}{16}$.

提升练

一、选择题

1~6.DDAADC.

提示:

1.$2R=\frac{AB}{\sin C}=4\sqrt2$.

故选D.

2.由$\cos A=\frac{1}{2}$,得$\sin A=\frac{\sqrt3}{2}$.

所以由正弦定理,可知$\frac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}=\frac{a}{\sin A}=2$.

故选D.

3.不妨设$a=2k$,$b=3k$,$c=4k$,则$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{1}{4}$.

故选A.

4.由题意可得$a>b>c$,则$A>B>C$.

故选A.

5.$\because a=2\sqrt2$,$c=2$,$\cos\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{14}}{4}$,

$\therefore\cos A=2\cos^2\frac{A}{2}-1=2\times(\frac{\sqrt{14}}{4})^2-1=\frac{3}{4}$,

$\therefore$由余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,可得$(2\sqrt2)^2=b^2+2^2-2\cdot b\cdot2\times\frac{3}{4}$,可得$b^2-3b-4=0$,$\therefore$解得$b=4$,或$b=-1$(舍去).

故选D.

6.$\because\triangle ABC$中,$a^2=b^2+c^2-bc$,即$b^2+c^2-a^2=bc$,

$\therefore\cos A=\frac{b^2+c-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$,$\therefore A=60°$.

$\because bc=4$,$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt3$.

故选C.

二、填空题

7.3;

8.30°.

提示:

7.由$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{(c+a)^2-2ca-b^2}{2ca}=\frac{3-2ca}{2ca}=-\frac{1}{2}$,解得$ac=3$.

8.由正弦定理,知$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$.

$\because b=2a$,$B=A+60°$,

$\therefore\frac{a}{\sin A}=\frac{2a}{\sin(A+60°)}$,

解得$\tan A=\frac{\sqrt3}{3}$.

又$\because A$为三角形的一个内角,$\therefore A=30°$.

三、解答题

9.解:(1)由$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{-bc}{2bc}=-\frac{1}{2}$,得$A=120°$.

(2)$\triangle ABC$可以为等腰三角形,理由如下:

由正弦定理,

得$\sin^2A=\sin^2B+\sin^2C+\sin B\sin C=(\sin B+\sin C)^2-\sin B\sin C$.

$\therefore\begin{cases}\sin B\sin C=\frac{1}{4},\\\sin B+\sin C=1,\end{cases}$得$\sin B=\sin C=\frac{1}{2}$.

故$\triangle ABC$是等腰三角形.

10.(1)$\because\sin^2A+\sin^2B-\sin^2C=-\sin A\sin B$,

由正弦定理,可得$a^2+b^2-c^2=-ab$.

由余弦定理,可得$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{1}{2}$.

$\because 0<C<\pi$,$\therefore C=\frac{2\pi}{3}$.

(2)$\because c=7$,$a+b=8$,

由(1),可得$a^2+b^2-c^2=-ab$,即$(a+b)^2-c^2=ab$,

$\therefore ab=15$,

$\therefore\triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times15\times\frac{\sqrt3}{2}=\frac{15\sqrt3}{4}$.

❖广告经营许可证号/1400004000044 ❖本报向全国各省(市)级教研员赠报,欢迎来电咨询 ❖随时征订热线 / 0351-3239622 邮政订户服务热线 / 0351-3239623

第38期

2版 《堂堂清》

1.2 测量距离

1.D； 2.D； 3.D； 4.5. 5.(1)24;(2)$8\sqrt{3}$.

1.2 测量高度

1.B； 2.$20\sqrt{3}$ m； 3.C； 4.D； 5.$140\sqrt{3}$. 6.30米.

1.2 测量角度

1.D； 2.C； 3.$\frac{\sqrt{2}}{2}$； 4.$\sqrt{3}$.

5.(1)1小时;(2)$\frac{13}{14}$.

1.2 三角形的面积问题

1.$\frac{\sqrt{3}}{4}$； 2.$2\sqrt{5}$； 3.1； 4.$\frac{\pi}{4}$.

5.证明略. 6.$S=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

3版 第一章能力测试题

一、选择题

1~6.ACBCDC； 7~12.DBBBBD.

提示：

1.由正弦定理，得$\sin C=\frac{c\cdot\sin A}{a}=\frac{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{1}{2}$.

故选A.

2.在$\triangle ABC$中，$\because a=8,B=60°,C=75°,\therefore A=180°-60°-75°=45°$,

$\therefore$由正弦定理，可得$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{8\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=4\sqrt{6}$.

故选C.

3.由题意可知$AC=30,\angle BAD=45°,\angle CAD=15°$,得$B=45°,\angle BAC=30°$.

由正弦定理可知$\frac{BC}{\sin\angle BAC}=\frac{AC}{\sin B}$,

解得$BC=15\sqrt{2}$.故选B.

4.由$\frac{\sin C}{\sin A}=2$,得$c=2a$.又$b^2-a^2=\frac{3}{2}ac$,所以$b^2=a^2+\frac{3}{2}\cdot a\cdot 2a=4a^2$,则$\cos B=\frac{a^2+4a^2-4a^2}{2\cdot a\cdot 2a}=\frac{1}{4}$.故选C.

5.如图1所示，在平面四边形$ABCD$中，$\angle ABC+\angle CDA=\pi$,且$AB=AD=7,BC=3,CD=5$,

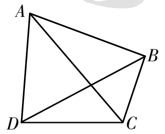

图1

则$\angle BAD+\angle BCD=\pi$.

在$\triangle ABD$和$\triangle BCD$中，由余弦定理，可得$7^2+7^2-2\times7\times7\cdot\cos\angle BAD=3^2+5^2-2\times3\times5\cdot\cos\angle BCD=3^2+5^2+2\times3\times5\cdot\cos\angle BAD$,

解得$\cos\angle BAD=\frac{1}{2}$,

则$\cos\angle BCD=-\frac{1}{2}$,

则$\sin\angle BCD=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故$\triangle CBD$的面积$S=\frac{1}{2}BC\cdot CD\cdot\sin\angle BCD=\frac{1}{2}\times3\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$.

故选D.

6.$\triangle ABC$三内角之比为1:2:3,所以三角形三内角分别为$\frac{1}{6}\times180°=30°,\frac{2}{6}\times180°=60°,\frac{3}{6}\times180°=90°$,即三内角正弦之比为$\sin30°:\sin60°:\sin90°=\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}:1=1:\sqrt{3}:2$.

故选C.

7.$\because a=8,B=30°,b=4$,

$\therefore$由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$,可得$\sin A=\frac{a\sin B}{b}=1$.

$\because A\in(0°,180°),\therefore A=90°,C=60°$.

在Rt$\triangle ABC$中，$c=BC\cdot\sin60°=4\sqrt{3}$.

故选D.

8.$\triangle ABC$中，$\because S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc=\sqrt{3},\therefore bc=4$.

$\therefore$由余弦定理可得$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{(c-b)^2+2bc-a^2}{2bc}=-\frac{1}{2}$,

$\therefore\frac{(c-b)^2+8-21}{8}=-\frac{1}{2}$,

解得$(c-b)^2=9$.又$b<c,\therefore c-b=3$.

故选B.

9.利用余弦定理解$\triangle ABC$.易知$\angle ACB=120°$,在$\triangle ABC$中，由余弦定理，得$AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cos120°=2d^2-2d^2\cdot(-\frac{1}{2})=3d^2,\therefore AB=\sqrt{3}d$.

故选B.

10. 由题意，结合正弦定理可得$\frac{a^2-(b-c)^2}{bc}=1$，整理得$\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$,所以$\cos A=\frac{1}{2}$.

故选B.

11.如图2所示，平行四边形$ABCD$中，$AB=2,AD=3,AC=4$,

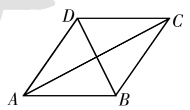

图2

则在$\triangle ABC$中，$AB=2,BC=3,AC=4$.

由余弦定理，得$\cos\angle ABC=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{4+9-16}{2\times2\times3}=-\frac{1}{4}$,故$\cos\angle DAB=-\cos\angle ABC=\frac{1}{4}$,

则$BD^2=AD^2+AB^2-2\cdot AD\cdot AB\cdot\cos\angle DAB$,

解得$BD=\sqrt{10}$.

故选B.

12.设$AB=x$,由余弦定理，得$12^2=x^2+k^2-2kx\cos60°$,化简得$x^2-kx+k^2-144=0$.设$f(x)=x^2-kx+k^2-144$,依题意，知$f(x)$的图象与x轴正半轴只有一个交点.由于$f(x)$图象的对称轴为$x=\frac{k}{2}>0$,所以$f(0)\leqslant0$或$\Delta=k^2-4(k^2-144)=0$,解得$k=8\sqrt{3}$,或$0<k\leqslant12$.

故选D.

二、填空题

13.1； 14.$\frac{2\pi}{3}$；

15.$\frac{3}{2}$； 16.6.

提示：

13.在$\triangle ABC$中，由正弦定理，得$\frac{1}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}}{\sin\frac{2\pi}{3}}$,

$\therefore\sin B=\frac{1}{2}.\because b<c$,故$B=\frac{\pi}{6}$,则$A=\frac{\pi}{6}$.

$\therefore\triangle ABC$为等腰三角形，$\therefore a=1$.

14.$\because(a+b-c)(a+b+c)=a^2+2ab+b^2-c^2=ab,\therefore a^2+b^2-c^2=-ab$.

由余弦定理，得$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{1}{2}$.又$\because C\in(0,\pi)$,

$\therefore C=\frac{2\pi}{3}$.故答案为$\frac{2\pi}{3}$.

15.$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}bc\sqrt{1-\cos^2A}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}$.

故答案为$\frac{3}{2}$.

16.$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$,

$\therefore\overrightarrow{AD}^2=(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC})^2=\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{AC}^2+2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos60°=28$,即$AB^2+12AB-108=0$,

$\therefore AB=6$,或$AB=-18$(舍).

故答案为6.

三、解答题

17.解：(1)在$\triangle ABC$中，$\because\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$,

$\therefore\sin A=\frac{2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

又$\because a>b,\therefore A=60°$,或$A=120°$.

(2)$\because$在$\triangle ABC$中，$\cos A=\frac{4}{5},\therefore\sin A=\frac{3}{5},\therefore$由正弦定理，得$b=\frac{a\cdot\sin B}{\sin A}=\frac{2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{3}{5}}=\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

又$\because\sin C=\sin[180°-(A+B)]=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{7\sqrt{2}}{10}$,

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\frac{5\sqrt{6}}{3}\times\frac{7\sqrt{2}}{10}=7$.

18.解：(1)$\triangle ABC$中，$B=\frac{\pi}{3},AB=4$,

由于$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC},AD=\sqrt{3}BD$,

在$\triangle ABD$中，利用余弦定理可得$(\sqrt{3}BD)^2=AB^2+BD^2-2\cdot AB\cdot BD\cdot\cos\frac{\pi}{3}$,

整理得$BD^2+2BD-8=0$,

解得$BD=-4$,或$BD=2$(负值舍去),则$BC=6$.

(2)在$\triangle ABC$中，$B=\frac{\pi}{3},AB=4,AC=6$,

利用正弦定理，得$\frac{6}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{4}{\sin C}$,解得$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

利用余弦定理，得$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\frac{\pi}{3}$,

解得$BC=2+2\sqrt{6}$.

所以$\frac{BC}{\sin\angle BAC}=\frac{AC}{\sin B}$,

解得$\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$.

19.(1)解：$BC=30-x(15\leqslant x<30)$,由余弦定理，得$AC^2=x^2+(30-x)^2-2x(30-x)\cos120°=x^2-30x+900$.

故$f(x)=x^2-30x+900(15\leqslant x<30)$.

(2)证明：当$x=15\in[15,30)$时，AC^2最小，即AC最小，此时$AB=BC=15,\therefore AB=BC$.

20.解：(1)$\because ac\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}+bc\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=a^2-b^2+8\cos A$,

$\therefore b^2+c^2-a^2=8\cos A,\therefore2bc\cos A=8\cos A.\because\cos A\neq0,\therefore bc=4$.

由已知，结合正弦定理，得$b=2c,\therefore b=2\sqrt{2},c=\sqrt{2}$.

(2)$\because b^2+c^2\geqslant2bc,\therefore a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\geqslant2bc-2bc\cos A$,

即$6\geqslant8-8\cos A,\therefore\cos A\geqslant\frac{1}{4}$,

$\therefore\sin A\leqslant\frac{\sqrt{15}}{4},\therefore S=\frac{1}{2}bc\sin A\leqslant\frac{\sqrt{15}}{2}$，所以$\triangle ABC$面积的最大值为$\frac{\sqrt{15}}{2}$.

21.解：依题意得$BC=12\sqrt{3}$ km,$BD=12$km,$CD=12$km,$\angle CAB=75°$.

设$\angle ACD=\alpha,\angle CDB=\beta$.在$\triangle CDB$中，由余弦定理，有$\cos\beta=\frac{CD^2+BD^2-BC^2}{2\cdot CD\cdot BD}=\frac{12^2+12^2-(12\sqrt{3})^2}{2\times12\times12}=-\frac{1}{2}$,得$\beta=120°$,于是$\alpha=45°$.

在$\triangle ACD$中，由正弦定理，得$AD=\frac{CD\cdot\sin\alpha}{\sin75°}=12\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=12(\sqrt{3}-1)$(km).

故此人还需走$12(\sqrt{3}-1)$km才能到达A城.

22.解：(1)由正弦定理，有$\sin^2A\sin B+\sin B\cos^2A=\sqrt{2}\cdot\sin A$,得$\sin B(\sin^2A+\cos^2A)=\sqrt{2}\sin A$,

$\therefore\sin B=\sqrt{2}\sin A$,得$\frac{b}{a}=\sqrt{2}$.

(2)由$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}=\frac{\sqrt{3}a+a^2}{2ca}=\frac{(\sqrt{3}+1)a}{2c}$,

又由(1),知$b^2=2a^2$,则$c^2=(2+\sqrt{3})a^2$.

$\therefore\cos^2B=\frac{(\sqrt{3}+1)^2a^2}{4c^2}=\frac{(\sqrt{3}+1)^2a^2}{4(2+\sqrt{3})a^2}=\frac{1}{2}$.

注意到$\cos B>0$,即$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$,得$B=45°$.

第39期

2版 《堂堂清》

2.1 数列的概念

1.D； 2.2019,2019,2019,…,2019,…；

3.A； 4.C； 5.①；

6.$\lambda>-3$； 7.$a_{2020}>a_{2019}$.

2.1 递推公式

1.D； 2.$a_{n+1}=3a_n+2$； 3.C； 4.$\frac{1}{2}$； 5.$a_5=19$.

6.解：$a_n=a_1+(a_2-a_1)+(a_3-a_2)+\cdots+(a_n-a_{n-1})=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$. 7.-3.

2.1 数列的通项公式

1.$a_n=\sqrt{n}$；

2.$-1,\frac{1}{4},-\frac{1}{9},\frac{1}{16},-\frac{1}{25}$；

3.B； 4.C； 5.B；

6.A； 7.B； 8.5.

3版 同步分层能力测试题(二)

基础练

一、选择题

1~6.CCBAAA.

提示：

1.数列即为$1,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{2},\frac{1}{\sqrt{5}},\cdots$,即为$\frac{1}{1},\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{4}},\frac{1}{\sqrt{5}},\cdots$,

$\therefore$通项公式$a_n=\frac{1}{\sqrt{n}}$.

故选C.

2.数列的规律为每两项相加的数值为后一项，

则3+5=x=8,故选C.

3.数列$2,3,\sqrt{14},\sqrt{19},2\sqrt{6},\cdots$,即为$\sqrt{4},\sqrt{9},\sqrt{14},\sqrt{19},\sqrt{24}$,$\therefore$其通项公式为$a_n=\sqrt{5n-1}$,

$\therefore5n-1=12^2$,解得$n=29$.

故选B.

4.设此数列的通项公式为a_n,

$\because$奇数项为负数，偶数项为正数，

$\therefore$符号为$(-1)^n$,每一项的绝对值为$\frac{1}{n}$,

故其通项公式为$a_n=\frac{(-1)^n}{n}$.

故选A.

5.$\because a_1=\frac{1}{2},a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}(n\geqslant2),\therefore a_2=1-\frac{1}{a_1}=-1,a_3=1-\frac{1}{a_2}=2,a_4=1-\frac{1}{a_3}=\frac{1}{2},\therefore$数列$\{a_n\}$是周期为3的数列，$\therefore a_{15}=a_3=2$.

故选A.

6.$\because$数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n^2-\lambda n(\lambda\in\mathbf{R})$,

又数列$\{a_n\}$是递增数列，$\therefore a_{n+1}-a_n=(n+1)^2-\lambda(n+1)-(n^2-\lambda n)=2n+1-\lambda>0$恒成立，

即$2n+1-\lambda$的最小值$2\times1+1-\lambda=3-\lambda>0$,

$\therefore\lambda<3$,即实数λ的取值范围是$(-\infty,3)$.

故选A.

二、填空题

7.8；

8.$a_n=(-1)^{n+1}\cdot n\cdot(n+1)$.

提示：

7.因为$a_{n+1}=2a_n$,且$a_1=1$,所以$a_2=2a_1=2,a_3=2a_2=4,a_4=2a_3=8$.

8.根据题意，数列$\{a_n\}$:2,-6,12,-20,30,-42,…,

则$a_1=(-1)^2\times1\times2=2,a_2=(-1)^3\times2\times3=-6,a_3=(-1)^4\times3\times4=12,\cdots$,

归纳可得$a_n=(-1)^{n+1}\cdot n\cdot(n+1)$.

故答案为$a_n=(-1)^{n+1}\cdot n\cdot(n+1)$.

三、解答题

9.解：当$n=1$时，$a_1=\frac{1}{2}\times1\times(1+2)=\frac{3}{2}$；

当$n=2$时，$a_2=\frac{1}{2}\times2\times(2+2)=4$；

当$n=3$时，$a_3=\frac{1}{2}\times3\times(3+2)=\frac{15}{2}$；

当$n=4$时，$a_4=\frac{1}{2}\times4\times(4+2)=12$；

当$n=5$时，$a_5=\frac{1}{2}\times5\times(5+2)=\frac{35}{2}$.

若220是数列$\{a_n\}$中的项，则$\frac{1}{2}n(n+2)=220$,解得$n=20,\therefore220$是这个数列的项，且是第20项.

10.解：(1)$\frac{1}{2},2,\frac{9}{2},8,\frac{25}{2},\cdots$,

等价为$\frac{1}{2},\frac{4}{2},\frac{9}{2},\frac{16}{2},\frac{25}{2},\cdots$,

则对应的通项公式为$a_n=\frac{n^2}{2},n\in\mathbf{N}^*$.

(2)3,5,9,17,33,…,

等价为2+1,4+1,8+1,16+1,32+1,…,

则对应的通项公式为$a_n=2^n+1,n\in\mathbf{N}^*$.

11.解：设$OA_n=x(n\geqslant3),OB_1=y,\angle O=\theta$,

记$S_{\triangle OA_1B_1}=\frac{1}{2}\times1\cdot y\sin\theta=S$，那么$S_{\triangle OA_2B_2}=\frac{1}{2}\times2\times2y\sin\theta=4S$,则梯形$A_1B_1B_2A_2$的面积为$3S$.

由已知可得梯形$A_nB_nB_{n+1}A_{n+1}$的面积为$3S$,

$\therefore S_{\triangle OA_nB_n}=3(n-1)S+S=(3n-2)S$.

由相似可知$\frac{S_{\triangle OA_1B_1}}{S_{\triangle OA_nB_n}}=\frac{S}{(3n-2)S}=(\frac{1}{a_n})^2$,

$\therefore a_n=\sqrt{3n-2}(n\geqslant3)$.

经验证知$a_n=\sqrt{3n-2}(n\in\mathbf{N}^*)$.

12.解：(1)因为点(n,a_n)在函数$y=x^2-5x+4$的图象上，

$\therefore$数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n^2-5n+4$.

$\therefore a_1=1^2-5+4=0,a_2=2^2-10+4=-2,a_3=3^2-15+4=-2$.

(2)因$a_n=n^2-5n+4=(n-\frac{5}{2})^2-\frac{9}{4}$,知其对称轴为$n=2.5$.

又$n\in\mathbf{N}^*$,$\therefore$当$n=2$,或$n=3$时，a_n有最小值，

$\therefore a_n$的最小值为$a_2=a_3=-2$.

提升练

一、选择题

1~6.ABDDDC.

提示：

1.由条件可知数列中的项都为正数，且$a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n<a_n$.

故选A.

2.数列若用图象表示，从图象上不可以是线段，只能是一群孤立的点，①错，排除A,C;数列的项数可以是有限的，如数列1,2,3,故②错，排除D.

故选B.

3.$\because$数列$\{a_n\}$的任意连续三项的和是18,

$\therefore$数列$\{a_n\}$是以3为周期的周期数列.

$\because a_5=5,\therefore a_2=a_5=5$.

$\because a_{13}=9,\therefore a_1=a_{13}=9,\therefore a_1+a_2+a_3=18,\therefore a_3=4$.

$\because2019=673\times3,\therefore a_{2019}=a_3=4$.

故选D.

4.因为$a_n=n(a_{n+1}-a_n)=na_{n+1}-na_n$,所以$na_{n+1}=(n+1)a_n$,所以$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+1}{n}$，所以$a_n=\frac{a_n}{a_{n-1}}\cdot\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\cdot\cdots\cdot\frac{a_2}{a_1}\cdot a_1=\frac{n}{n-1}\cdot\frac{n-1}{n-2}\cdot\cdots\cdot\frac{2}{1}\times1=n$.故选D.

5.由已知数列$\{a_n\}$是递减数列，$\therefore a_{n+1}<a_n$恒成立.又由$a_n=-n^2+2\lambda n,\therefore-(n+1)^2+2\lambda(n+1)<-n^2+2\lambda n$恒成立，即$2\lambda<2n+1$.又由$n\in\mathbf{N}^*,\therefore\lambda<\frac{3}{2}$.故选D.

6.由第一行起每行中的第一个数构成一个数列$\{a_n\}$,由表格可知$a_n-a_{n-1}=n-1$,由叠加法可得$a_n=1+\frac{n(n-1)}{2}$,故第n行第3个数为$\frac{n(n-1)}{2}+3$.故选C.

二、填空题

7.$\frac{7}{4}$；

8.33.

提示：

7.由$2a_{n+1}^2=a_n^2+a_{n-1}^2(n\in\mathbf{N}^*,n\geqslant2)$,可得$2a_3^2=a_2^2+a_1^2=5$,即

❖报社地址/太原市三墙路坝陵北街盛世华庭A1座21层 邮编/030009 ❖编辑质量监督联系电话/0351－3239626