主编 王 静 终审 李双孝
责编 卢晓丽 照排 董俊英

$(|MF_1|+|MF_2|)+(|NF_1|+|NF_2|)=2a+2a=4\times4=16$.故选B.

4.由条件,知$F_1(-2,0)$,$B(0,1)$,所以$b=1$,$c=2$,所以$a=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$,所以$e=\frac{c}{a}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选D.

5.由题意,得$|CA|+|CB|=12>|AB|$,所以顶点C的轨迹是以A,B为焦点,$c=3$且$a=6$的椭圆. 又因为A,B,C三点不共线,所以顶点C的轨迹方程为$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1(y\neq0)$.

故选D.

6.由$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$,得$MF_1\perp MF_2$,可设$|\overrightarrow{MF_1}|=m$,$|\overrightarrow{MF_2}|=n$,在$\triangle F_1MF_2$中,由$m^2+n^2=4c^2$,得$(m+n)^2-2mn=4c^2$.根据椭圆的定义有$m+n=2a$,所以$2mn=4a^2-4c^2$,故$mn=2b^2$,即$mn=2$,所以$S_{\triangle F_1MF_2}=\frac{1}{2}\cdot mn=1$.设点$M$到$x$轴的距离为$h$,则$\frac{1}{2}\cdot|F_1F_2|\cdot h=1$.又$|F_1F_2|=2\sqrt{3}$,故$h=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

故选C.

二、填空题

7.$k<-3$;

8.$2\sqrt{3}$.

提示:

7.原方程可化为$\frac{x^2}{5-k}+\frac{y^2}{-3-k}=1$,再由其表示椭圆,可得$\begin{cases}5-k>0,\\-3-k>0,\\5-k\neq-3-k,\end{cases}$ 即$k<-3$.

8.由题意$S_{\triangle POF_2}=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2=\sqrt{3}$,所以$c=2$,所以$a^2=b^2+4$.由题意得点$P$坐标为$(1,\sqrt{3})$,把$x=1$,$y=\sqrt{3}$代入椭圆方程$\frac{x^2}{b^2+4}+\frac{y^2}{b^2}=1$中得$\frac{1}{b^2+4}+\frac{3}{b^2}=1$,解得$b^2=2\sqrt{3}$.

三、解答题

9.解:依题意,得$|CA|+|CB|+|AB|=8$,$|AB|=2$,

$\therefore|CA|+|CB|=6$.

$\therefore$点C的轨迹是椭圆并除去x轴上的两顶点,且焦点为$A(-1,0)$,$B(1,0)$,$2a=6$,

$\therefore a=3$,$c=1$,

$\therefore b^2=a^2-c^2=9-1=8$.

$\therefore\triangle ABC$顶点C的轨迹方程是$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1(x\neq\pm3)$.

10.解:由$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$可得$b=\frac{1}{2}a$,

因此设椭圆方程为$\frac{x^2}{4b^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$,或$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{4b^2}=1$,

将点的坐标$(4,2\sqrt{3})$代入上式,可得$b^2=16$,或$b^2=19$.

故所求方程是$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{16}=1$,或$\frac{x^2}{19}+\frac{y^2}{76}=1$.

11.解:(1)由已知,得$c=\sqrt{7}$,$b=\sqrt{2}$.又$a^2=b^2+c^2$,

$\therefore a^2=9$,

$\therefore$椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$.

(2)点P在椭圆上,$\therefore|PF_1|+|PF_2|=2a=6$,$|PF_1|=4$,$\therefore|PF_2|=2$,

$\therefore\cos\angle F_1PF_2=\frac{16+4-28}{2\times4\times2}=-\frac{1}{2}$,$\therefore\angle F_1PF_2=120°$.

12.解:(1)令$F_1(-c,0)$,$F_2(c,0)$,$\because PF_1\perp PF_2$,$\therefore k_{PF_1}\cdot k_{PF_2}=-1$,

即$\frac{4}{3+c}\cdot\frac{4}{3-c}=-1$,解得$c=5$,

$\therefore$椭圆方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-25}=1$.

$\because$点$P(3,4)$在椭圆上,$\therefore\frac{9}{a^2}+\frac{16}{a^2-25}=1$,

解得$a^2=45$,或$a^2=5$.

又$a>c$,$\therefore a^2=5$舍去,故所求的椭圆方程为$\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{20}=1$.

(2)P点纵坐标的值即为F_1F_2边上的高,

$\therefore S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}|F_1F_2|\cdot4=\frac{1}{2}\times10\times4=20$.

提升练

一、选择题

1~6.DCCBBA.

提示:

1.$\because x^2+y^2-2x-15=0$可化为$(x-1)^2+y^2=16$,所以它的半径为4,$\therefore a=2$.又$\because e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$,$\therefore c=1$,$b=\sqrt{3}$,

则椭圆的标准方程是$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

故选D.

2.$mx^2+ny^2=1$可化为$\frac{x^2}{\frac{1}{m}}+\frac{y^2}{\frac{1}{n}}=1$.

因为$m>n>0$,所以$0<\frac{1}{m}<\frac{1}{n}$,

因此椭圆焦点在y轴上,反之亦成立.

故选C.

3.设短轴的一个端点为P,焦点分别为F_1,F_2,

因为$\triangle PF_1F_2$为正三角形,所以$|OP|=\frac{\sqrt{3}}{2}|F_1F_2|$,可得$b=\sqrt{3}c$,即$\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}c$.①

又因为椭圆的焦点到与其相邻长轴端点的距离为$\sqrt{3}$,所以$a-c=\sqrt{3}$.②

联立①②,可得$a=2\sqrt{3}$,$c=\sqrt{3}$,$b=\sqrt{a^2-c^2}=3$.

因此$a^2=12$且$b^2=9$,

可得椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{9}=1$或$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{12}=1$.

故选C.

4.由已知方程表示椭圆,得$\sin(2\alpha+\frac{\pi}{4})>0$,即$2k\pi<2\alpha+\frac{\pi}{4}<2k\pi+\pi$,解得$k\pi-\frac{\pi}{8}<\alpha<k\pi+\frac{3\pi}{8}(k\in\mathbf{Z})$.

故选B.

5.$\because$直线$mx+ny=4$和圆$O:x^2+y^2=4$没有交点,

$\therefore\frac{4}{\sqrt{m^2+n^2}}>2$,$\therefore m^2+n^2<4$,

$\therefore\frac{m^2}{9}+\frac{n^2}{4}<\frac{m^2}{9}+\frac{4-m^2}{4}=1-\frac{5}{36}m^2<1$,

$\therefore$点(m,n)在椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$的内部,

$\therefore$过点(m,n)的直线与椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$的交点个数为2个.

故选B.

6.因为$|OF_2|=\sqrt{b^2-c^2}=\frac{1}{2}$,$|OF_0|=c=\sqrt{3}|OF_2|=\frac{\sqrt{3}}{2}$,所以$b=1$,所以$a^2=b^2+c^2=1+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$,解得$a=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

故选A.

二、填空题

7.2;

8.$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$.

提示:

7.$\because|PF_1|+|PF_2|=2a=6$,$\therefore|PF_2|=6-|PF_1|=2$.

8.由题意,设两条切线分别为:$y=kx+b$,$y=-\frac{\sqrt{2}}{2k}(x-a)(k\neq0)$.

由圆心到两直线的距离均为半径,得$\frac{b}{\sqrt{k^2+1}}=1$,

$\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{4k^2+2}}=1$,

化简得$b^2=k^2+1$,$a^2=2k^2+1$.

$\therefore e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1-\frac{k^2+1}{2k^2+1}}=\sqrt{\frac{1}{2+\frac{1}{k^2}}}<\sqrt{\frac{1}{2}}(k\neq0)$,$\therefore0<e<\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$.

三、解答题

9.解:由题可知直线AB的方程为$bx-ay-ab=0$,

则可得$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3},\\a^2=b^2+c^2,\\\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2},\end{cases}$

解得$a=\sqrt{3}$,$b=1$.

$\therefore$椭圆的方程为$\frac{x^2}{3}+y^2=1$.

10.解:(1)由题意,可得$|PA|+|PB|=|PA|+|PM|=4$.

又$|AB|=2$,$\therefore$点P的轨迹是以A,B为焦点的椭圆.

$\because2a=4$,$2c=2$,$\therefore b^2=a^2-c^2=3$,

所求轨迹方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

(2)设点$Q(x_0,y_0)$,则$\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1$,

$k=\sqrt{(x_0-1)^2+y_0^2}\cdot\sqrt{(x_0+1)^2+y_0^2}$

$=\sqrt{\frac{1}{4}x_0^2-2x_0+4}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}x_0^2+2x_0+4}$

$=(2-\frac{1}{2}x_0)(2+\frac{1}{2}x_0)$

$=4-\frac{1}{4}x_0^2$,$-2\leqslant x_0\leqslant2$.

$\therefore$当$x_0=0$时,$k_{max}=4$;

$\therefore$当$x_0=\pm2$时,$k_{min}=3$.

学习报®
http://www.xuexibao.com
高中数学
全国教辅类一级报纸
人教A(文科)
选修1-1
2019-2020
第13~16期
教师用报指南
2019年10月2日
山西出版传媒集团主管 山西三晋报刊传媒集团主办 学习报社编辑出版 总编辑 苗俊青 国内统一刊号 CN14-0708/(F)

第13期

2版 《堂堂清》

§1.1.1 命题

1.C; 2.B;

3.在平面直角坐标系中,两直线平行;两条直线的斜率相等.

4.若一个整数的末位数字是4,则它一定能被2整除.

5.A.

6.(1)若四边形内接于圆,则它的对角互补.真命题.

(2)若一个整数被5整除,则它的末位数字是5.假命题.

(3)若两个三角形相似,则它们的对应边成比例.真命题.

§1.1.2 四种命题与四种命题间的相互关系

1.C; 2.D; 3.D; 4.A; 5.略.

6.解:逆否命题:已知a,x为实数,如果$a<1$,则关于x的不等式$x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant0$的解集为空集,真命题.

判断如下:

抛物线$y=x^2+(2a+1)x+a^2+2$的开口向上,判别式$\Delta=(2a+1)^2-4(a^2+2)=4a-7$.

$\because a<1$,$\therefore4a-7<0$,即抛物线$y=x^2+(2a+1)x+a^2+2$与x轴无交点,

$\therefore$关于x的不等式$x^2+(2a+1)x+a^2+2\leqslant0$的解集为空集,故该逆否命题为真.

§1.2 充分条件与必要条件

1.A; 2.A; 3.A; 4.-1; 5. 必要不充分; 6.$a\leqslant1$; 7.略.

3版 同步分层能力测试题(一)

基础练

一、选择题

1~6.BDACDB.

提示:

1.B选项可以判断真假,是命题.

故选B.

2.命题的逆命题是"若$x\geqslant2ab$,则$x\geqslant a^2+b^2$".

故选D.

3.当$m=-2$时,$f(x)=x^2-2x+1$,其图象关于直线$x=1$对称,反之也成立,所以$f(x)=x^2+mx+1$的图象关于直线$x=1$对称的充要条件是$m=-2$.

故选A.

4.因为直线$l_1:x+ay-1=0$,$l_2:(a+1)x-ay=0$,所以$l_1/\!/l_2\Leftrightarrow\begin{cases}a+a(a+1)=0,\\-(a+1)\neq0\end{cases}\Leftrightarrow a=0$或$a=-2$.因为$q:a=-2$,所以$q\Rightarrow p$,即$p$是$q$的必要不充分条件.

故选C.

5.命题:若$m>0$,则$x^2+x-m=0$有实根的否命题为"若$m\leqslant0$,则$x^2+x-m=0$没有实根".

故选D.

6.$\alpha/\!/\beta$的一个充分不必要条件是由该条件可以推出$\alpha/\!/\beta$,而由$\alpha/\!/\beta\nRightarrow$该条件,由立体几何的性质可知选项B符合题意.故选B.

二、填空题

7.若$|x|\geqslant\sqrt{2}$,则$x^2\geqslant2$.

8.$(-\infty,0]$.

提示:

7."若p则q"的逆否命题是"若$\neg q$,则$\neg p$".

8.$\alpha:x\geqslant a$,可看作集合$A=\{x|x\geqslant a\}$,由$|x-1|<1$,得$0<x<2$,$\therefore\beta$可看作集合$B=\{x|0<x<2\}$. 又$\because\alpha$是β的必要不充分条件,$\therefore B\subsetneqq A$,$\therefore a\leqslant0$.

三、解答题

9.解:真命题有:(1)(2)(3),假命题有:(4).

(1)显然正确.

(2)$x\in\mathbf{Z}$,或$x\in\mathbf{Q}$,即$x\in\mathbf{Q}$,$\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}$.故正确.

(3)充分性:$\because\alpha$,β为锐角,$\alpha+\beta=90°$,

$\therefore\sin\alpha=\sin(90°-\beta)=\cos\beta$.

必要性:$\because\sin\alpha=\cos\beta=\sin(90°-\beta)$,

又$0°<\beta<90°$,

$\therefore0°<90°-\beta<90°$.

$\because0°<\alpha<90°$,$\therefore\alpha=90°-\beta$,$\therefore\alpha+\beta=90°$.

(4)a,b,c成等比数列$\Rightarrow b^2=ac\Rightarrow b=\pm\sqrt{ac}$,当$b=0$,$a=0$,$c=1$时满足$b=\sqrt{ac}$,但$a$,$b$,$c$不成等比数列.

10.解:(1)若$ac>bc$,则$a>b$.假命题.

(2)若一个点是一个角的平分线上的点,则该点到这个角的两边的距离相等.真命题.

11.解:方法一:

原命题的逆否命题为"若$2x^2+x-2b=0$无实根,则$b\leqslant0$".

$\because$方程$2x^2+x-2b=0$无实根,

$\therefore\Delta=1+16b<0$,

$\therefore b<-\frac{1}{16}\leqslant0$.

其逆否命题为真命题.

方法二:

$\because\Delta=1+16b$,若$b>0$时,$\Delta>0$,

$\therefore2x^2+x-2b=0$有实根,即原命题为真.

所以逆否命题也为真.

12.证明:充分性:$\because a+b+c=0$,

$\therefore c=-a-b$,代入方程$ax^2+bx+c=0$中,得$ax^2+bx-a-b=0$,

即$(x-1)(ax+a+b)=0$.

$\therefore$方程$ax^2+bx+c=0$有一个根为1.

必要性:$\because$方程$ax^2+bx+c=0$有一个根为1,

$\therefore x=1$满足方程$ax^2+bx+c=0$.

$\therefore$有$a\cdot1^2+b\cdot1+c=0$,即$a+b+c=0$.

提升练

一、选择题

1~6.BAAAAC.

提示:

1.命题"如果一个四边形是正方形,那么这个四边形一定是矩形",逆命题是:如果四边形为矩形,则这个四边形为正方形.这个命题是假命题.因为逆命题和否命题互为逆否命题,故否命题也是假命题.原命题是真命题故逆否命题还是真命题,故假命题一共有两个.

故选B.

2.由平面与平面垂直的判定定理,知如果m为平面α内的一条直线,$m\perp\beta$,则$\alpha\perp\beta$,反过来则不一定. 所以"$m\perp\beta$"是"$\alpha\perp\beta$"的充分不必要条件.

故选A.

3.由$x^2-2x-3>0$,得$x>3$或$x<-1$.

若$x<m-1$或$x>m+1$是$x^2-2x-3>0$的必要不充分条件,

则$\begin{cases}m+1\leqslant3,\\m-1\geqslant-1,\end{cases}$即$\begin{cases}m\leqslant2,\\m\geqslant0,\end{cases}$即$0\leqslant m\leqslant2$.

故选A.

4.当$x=1$时,有$x^2-5x+4=0$,但当$x^2-5x+4=0$时,$x=1$或$x=4$,故"$x=1$"是"$x^2-5x+4=0$"的充分不必要条件.

故选A.

5.由于直线$l_1:x-y-1=0$与直线$l_2:x+ay-2=0$垂直的充要条件是$1\cdot a+(-1)\times1=0$,即$a=1$.故选A.

6.在$\triangle ABC$中,$A>B\Leftrightarrow a>b\Leftrightarrow2R\sin A>2R\sin B\Leftrightarrow\sin A>\sin B$,

故$A>B$是$\sin A>\sin B$的充要条件.

故选C.

二、填空题

7.若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,则$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$.

8.①.

提示:

7.$\because$逆命题是以原命题的结论为条件,条件为结论的命题,$\therefore$这个命题的逆命题为:若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,则$\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$.

8.①原命题的逆命题为:"若x,y互为相反数,则$x+y=0$",①是真命题;"若$x^2+x-6\geqslant0$,则$x>2$"的否命题是"若$x^2+x-6<0$,则$x\leqslant2$",②是假命题;在$\triangle ABC$中,"$A>30°$"是"$\sin A>\frac{1}{2}$"的必要不充分条件,③是假命题;"函数$f(x)=\tan(x+\varphi)$为奇函数"的充要条件是"$\varphi=\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$",④是假命题.

三、解答题

9.证明:原命题的逆否命题是:若$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$都不大于60°,则$\triangle ABC$是正三角形.

$\because\angle A$,$\angle B$,$\angle C$都不大于60°,即$\angle A\leqslant60°$,$\angle B\leqslant60°$,$\angle C\leqslant60°$,

$\therefore\angle A+\angle B+\angle C\leqslant180°$.

又$\because\angle A$,$\angle B$,$\angle C$为三角形的三个内角,

$\therefore\angle A+\angle B+\angle C=180°$,

$\therefore\angle A=\angle B=\angle C=60°$,即$\triangle ABC$为正三角形.

逆否命题成立,即原命题成立.

10.解:因为$|x-m|\leqslant2\Leftrightarrow m-2\leqslant x\leqslant m+2$,且"$-1\leqslant x\leqslant1$"是"不等式$|x-m|\leqslant2$"成立的充分条件,所以$[-1,1]\subseteq[m-2,m+2]$,则$\begin{cases}m-2\leqslant-1,\\m+2\geqslant1,\end{cases}$解得$-1\leqslant m\leqslant1$,即实数$m$的取值范围是$[-1,1]$.

❖广告经营许可证号/1400004000044 ❖本报向全国各省(市)级教研员赠报,欢迎来电咨询 ❖随时征订热线/0351-3239622 邮政订户服务热线/0351-3239623

第14期

2版 《堂堂清》

§1.3.1~1.3.2 联结词“且”“或”

1.B； 2.A； 3.D； 4.B； 5.B.

§1.3.3 联结词“非”

1.B； 2.C.

3.充分不必要.

4.解:(1)100不能被4整除,或不能被5整除.

(2)一元二次方程至少有三个解;

(3)方程$x^2-3=0$有有理数解.

§1.4.1~1.4.2 全称量词与存在量词

1.A； 2.A； 3.$(-\infty,3]$； 4.D.

5.(1)可以改写为“所有的凸多边形的外角和都等于360°”,故为全称命题.

(2)含有存在量词“有的”,故是特称命题.

(3)含有全称量词“任意”,故是全称命题.

(4)含有存在量词“有一个”,故为特称命题.

(5)若一个四边形是菱形,也就是所有的菱形,故为全称命题.

§1.4.3 含有一个量词的命题的否定

1.A； 2.C； 3.$\exists x_0>1,(\frac{1}{2})^{x_0}\geqslant\frac{1}{2}$.

4.D.

5.解:由题意,得$x=x^2-x-3$,解得$x=-1$,或$x=3$.

所以函数$f(x)=x^2-x-3$的不动点是$-1,3$.

3版 同步分层能力测试题(二)

基础练

一、选择题

1~6.BBBABD.

提示:

1.若$p\vee q$是假命题,则p,q均为假命题.

故选B.

2.显然p假q真,故“p或q”为真,“p且q”为假,“非p”为真,“非q”为假.

故选B.

3.$\because f(\frac{1}{10})=0$,$\therefore p$真;$\because\alpha=\beta$时,$\sin(\alpha-\beta)=0=\sin\alpha-\sin\beta$,

$\therefore q$真,故$p\vee q$为真,$p\wedge q$为真,$\neg p$为假,$\neg q$为假.

故选B.

4.由特称命题和全称命题的关系可知“$\exists x\in\mathbf{R},x^2+2x+2\leqslant0$”的否定为$\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x+2>0$,且为真命题.

故选A.

5.当$x=0$时,$2^x=3^x$,则命题p:$\forall x\in\mathbf{R},2^x<3^x$为假命题.令$f(x)=x^3+x^2-1$,因为$f(-1)\cdot f(1)=-1\times1=-1<0$,即函数$f(x)$在区间$(-1,1)$内存在零点,即$x^3+x^2-1=0$有解,即命题$q$:$\exists x\in\mathbf{R},x^3+x^2-1=0$为真命题,则$(\neg p)\wedge q$为真命题.

故选B.

6.对于A:若“$p\wedge q$”为真命题,则p,q都是真命题,所以“$p\vee q$”为真命题,故A正确;对于B:若“$(\neg p)\vee q$”为假命题,则$\neg p,q$都是假命题,$\therefore p$是真命题,$(\neg q)$是真命题,所以“$p\wedge\neg q$”为真命题,故B正确;对于C:“若$a>b$,则$ac^2>bc^2$”的否命题为“若$a\leqslant b$,则$ac^2\leqslant bc^2$”,$\because c^2\geqslant0$,$\therefore$由$a\leqslant b$可得到$ac^2\leqslant bc^2$,故C正确;对于D:命题“若$t>0$,则方程$x^2+x-2t=0$有实根”的逆命题为“若方程$x^2+x-2t=0$有实根,则$t>0$”,而方程$x^2+x-2t=0$有实数根,只需$\Delta=1+8t\geqslant0$,即$t\geqslant-\frac{1}{8}$,所以不一定得到$t>0$,所以D错.

故选D.

二、填空题

7.$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2+1\leqslant0$;

8.“$p\wedge q$”“$\neg q$”;“$p\vee q$”“$\neg p$”.

提示:

7.变换量词,否定结论,条件不变,即:$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2+1\leqslant0$.

8.p假,q真.

三、解答题

9.解:(1)是“$p\vee q$”的形式.

其中p:5是30的约数;q:7是30的约数,p真q假,故$p\vee q$为真,为真命题.

(2)是“$\neg p$”的形式,其中p:$8x-5<2$有自然数解.

$\because p$:$8x-5<2$有自然数解,如$x=0$,则p为真命题.

故“$\neg p$”为假命题.

10.解:(1)特称命题,真命题.

(2)特称命题,真命题.

(3)特称命题,真命题.

(4)全称命题,假命题,如存在$y=x^2+x+1$与x轴不相交.

11.解:(1)的否定:存在实数x_0,虽然满足$2x_0>4$,但$x_0\leqslant2$.

(2)的否定:存在一个可以被5整除的整数,其末位不是0.

(3)的否定:存在一个数能被8整除,但不能被4整除.

(4)存在一个四边形,虽然它是正方形,但它的四条边中至少有两条不相等.

12.解:因为条件p,q同时成立,

由$\forall x\in[0,1]$,$a\geqslant e^x$,得$a\geqslant e$;

由$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2+4x_0+a=0$,知$\Delta=16-4a\geqslant0$,解得$a\leqslant4$.

因此$e\leqslant a\leqslant4$.

提升练

一、选择题

1~6.BBABDD.

提示:

1.由特称命题的定义可判断.

故选B.

2.根据全称命题的否定是特称命题,可知该命题的否定是:$\exists x_0\in(0,+\infty),x_0^2+x_0\leqslant0$.

故选B.

3.在$\triangle ABC$中$C>B$,则$c>b$,由正弦定理,可得$\sin C>\sin B$.反之也成立,所以p是真命题;q命题中,当$c=0$时,$ac^2>bc^2$不成立,充分性不满足.反之却成立,必要性满足.命题q是假命题.

故选A.

4.$\neg(p\vee q)$为真命题$\Rightarrow p\vee q$为假命题$\Rightarrow p,q$均为假命题.

故选B.

5.$M\subseteq P$等价于$\forall x\in M,x\in P$,因为“$M\subseteq P$”是假命题,故其否定为$\exists x_0\in M,x_0\notin P$,它是真命题,故“$M\subseteq P$”是假命题的充要条件是“$\exists x_0\in M,x_0\notin P$”.

故选D.

6.“$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2-x_0\leqslant0$”的否定是“$\forall x\in\mathbf{R},x^2-x>0$”;

若向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$满足$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}<0$,则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为钝角或平角;

若$am^2\leqslant bm^2$,当$m\neq0$时,$a\leqslant b$;

命题“$p\wedge q$”为真,则p,q为真,“$p\vee q$”为真;“$p\vee q$”为真,则p或q为真,“$p\wedge q$”不一定为真,所以命题“$p\vee q$为真”是命题“$p\wedge q$为真”的必要条件.

故选D.

二、填空题

7.$\neg p,\neg q$;

8.$m>1$.

提示:

7.由题意可知p和q都是假命题,所以“$p\wedge q$”为假、“$p\vee q$”为假、“$\neg p$”为真、“$\neg q$”为真.

8.存在$x\in\mathbf{R}$,使$x^2+2x+m\leqslant0$是假命题,则其否定为真命题,即:$\forall x\in\mathbf{R}$,都有$x^2+2x+m>0$.根据一元二次不等式解的讨论,可以知道$\Delta=4-4m<0$,所以$m>1$,故实数m的取值范围是$m>1$.

三、解答题

9.解:条件p:方程$x^2+mx+1=0$有两个不相等的实根,

$\therefore\Delta=m^2-4>0$,解得$m>2$,或$m<-2$.

条件q:关于x的不等式$x^2-2(m+1)x+m(m+1)>0$对任意的实数x恒成立,

$\therefore\Delta=4(m+1)^2-4m(m+1)<0$,解得$m<-1$.

$\because p,q$只有一个成立,

$\therefore\begin{cases}m>2,\\m<-1,\end{cases}$或$\begin{cases}-2\leqslant m\leqslant2,\\m\geqslant-1,\end{cases}$

解得$m>2$,或$-2\leqslant m<-1$.

$\therefore$实数m的取值范围是$m>2$,或$-2\leqslant m<-1$.

10.解:$\because\Delta=4m^2+4>0$恒成立,

$\therefore$设其两根为x_1,x_2,且$x_1<x_2$.

$\because\{x|1\leqslant x\leqslant3\}\subseteq\{x|x^2-2mx-1>0\}=\{x|x>x_2$,或$x<x_1\}$,

$\therefore$方程$x^2-2mx-1=0$的两根x_1,x_2都大于3或都小于1.

$\because x_1x_2=-1<0$,$\therefore$两根都小于1.

令$f(x)=x^2-2mx-1$,则$\begin{cases}x_1+x_2=2m<2,\\f(1)>0,\end{cases}$即$\begin{cases}m<1,\\f(1)>0,\end{cases}$

解得$m<0$.

$\therefore m$的取值范围为$\{m|m<0\}$.

第一章能力测试题

一、选择题

1~6.CDDACB； 7~12.BDAAAB.

提示:

1.把命题改写成“若p,则q”的形式后可知C正确.

故选C.

2.因为命题p:$\forall x\in\mathbf{R},x^2>0$,所以$\neg p$:$\exists x\in\mathbf{R},x^2\leqslant0$.

故选D.

3.逆命题为:若x,y都等于0,则$x^2+y^2=0$,是真命题;否命题为:若$x^2+y^2\neq0$,则x,y不都等于0,是真命题;逆否命题为:若x,y不都等于0,则$x^2+y^2\neq0$,是真命题.

故选D.

4.不等式$|x-1|<1$成立,化为$-1<x-1<1$,解得$0<x<2$,

$\therefore$“$\frac{1}{2}<x<1$”是“不等式$|x-1|<1$成立”的充分条件.

故选A.

5.命题p:“$\exists m_0\in\mathbf{R}$,函数$f(x)=m_0+\frac{1}{2^x+1}$是奇函数”,

则命题$\neg p$为:$\forall m\in\mathbf{R}$,函数$f(x)=m+\frac{1}{2^x+1}$不是奇函数.

故选C.

6.$\because|x|=x\Leftrightarrow x\geqslant0$,$\therefore$选项A是充要条件,选项C,D均不符合题意.

对于选项B,由$x^2\geqslant-x$,得$x(x+1)\geqslant0$,$\therefore x\geqslant0$,或$x\leqslant-1$.故选项B是使$|x|=x$成立的必要不充分条件.

故选B.

7.由$x>y>0$可以推出$\frac{x}{y}>1$;

由$\frac{x}{y}>1$,可以推出$x>y>0$,或$x<y<0$.

故选B.

8.显然A,B,C均正确,而选项D中,若$p\wedge q$为假,则p,q至少有一个为假命题.

故选D.

9.设p:实数a,b满足$a>1$,且$b>1$;q:实数a,b满足$\begin{cases}\log_2(a+b)>1,\\\log_{\frac{1}{2}}ab<0,\end{cases}$根据对数不等式解出结果得到$\begin{cases}a+b>2,\\ab>1.\end{cases}$当实数$a,b$满足$a>1$,且$b>1$时,一定有$ab>1$,$a+b>2$成立,故$p$能推出$q$;反之,$\begin{cases}a+b>2,\\ab>1\end{cases}$可使得$a=8$,$b=\frac{1}{2}$,均满足这个不等式组,但是不满足$p$中的条件,故$q$推不出$p$.故$p$是$q$的充分不必要条件.

故选A.

10.$f(x)>g(x)$有解$\Leftrightarrow\exists x_0\in\mathbf{R}$,使$f(x_0)>g(x_0)$成立.

故选A.

11.A选项,分析可知当$am^2<bm^2$,能够推出$a<b$为真命题,故其逆否命题也是真命题,故正确;B选项,该命题的否定应该为“$\forall x\in\mathbf{R}$,均有$x^2+x+10\geqslant0$”,故错误;C选项,命题的否命题为:若$a\leqslant1$或$b\leqslant1$,则$a+b\leqslant2$,明显是假命题;D选项,命题的逆命题为:若$\tan x=1$,则$x=\frac{\pi}{4}$,错误.故选A.

12.由题知$P(a,2a)$,$\overrightarrow{PA}$与$\overrightarrow{PB}$的夹角为钝角的充要条件是$\begin{cases}\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}<0,\\\overrightarrow{PA}\neq-\overrightarrow{PB},\end{cases}$解得$0<a<1$,或$1<a<2$.故选B.

二、填空题

13.若$a\neq0$且$b\neq0$,则$ab\neq0$;

14.充分不必要;

15.$\exists x_0,y_0\in\mathbf{R}$,使得$2x_0^2+3y_0^2\leqslant0$;$\forall x,y\in\mathbf{R},2x^2+3y^2>0$;

16.②.

提示:

14.$\because p:x<-3$,或$x>1$,$\therefore\neg p:-3\leqslant x\leqslant1$.

$\because q:2<x<3$,$\therefore\neg q:x\leqslant2$,或$x\geqslant3$,则$\neg p\Rightarrow\neg q$.

15.$\exists x_0,y_0\in\mathbf{R}$,使得$2x_0^2+3y_0^2\leqslant0$;$\forall x,y\in\mathbf{R},2x^2+3y^2>0$.

16.逐一考查所给的命题:

①命题“$\forall x\in\mathbf{R},x^2+3<5x$”的否定是“$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2+3\geqslant5x_0$”;

②已知p,q为两个命题,若“$p\vee q$”为假命题,则“$(\neg p)\wedge(\neg q)=\neg(p\vee q)$为真命题”;

③“$a>2015$”是“$a>2017$”的必要不充分条件;

④“若$xy=0$,则$x=0$且$y=0$”是假命题,则它的逆否命题为假命题.

综上,可知真命题的序号②.

三、解答题

17.解:(1)$\because(x-2)(x-3)=0\not\Rightarrow x-2=0$(可能$x-3=0$),而$x-2=0\Rightarrow(x-2)(x-3)=0$,

$\therefore p$是q的必要不充分条件.

(2)$\because$四边形的对角线相等$\not\Rightarrow$四边形是平行四边形,四边形是平行四边形$\not\Rightarrow$四边形的对角线相等,$\therefore p$是q的既不充分也不必要条件.

(3)$\because(x-1)^2+(y-2)^2=0\Rightarrow x=1$且$y=2\Rightarrow(x-1)(y-2)=0$,

而$(x-1)(y-2)=0\not\Rightarrow(x-1)^2+(y-2)^2=0$,

$\therefore p$是q的充分不必要条件.

(4)在$\triangle ABC$中,大边对大角,大角对大边,所以$A>B\Leftrightarrow BC>AC$,故p是q的充要条件.

18.解:(1)$\neg p$:$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2-x_0+\frac{1}{4}<0$,为假命题.

这是由于$\forall x\in\mathbf{R},x^2-x+\frac{1}{4}=(x-\frac{1}{2})^2\geqslant0$恒成立.

(2)$\neg q$:$\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x+2>0$,为真命题,这是由于$\forall x\in\mathbf{R},x^2+2x+2=(x+1)^2+1\geqslant1>0$恒成立.

19.解:因为p为假命题,所以其否定:$\forall x\in\mathbf{R},4x^2+(a-2)x+\frac{1}{4}>0$恒成立,它为真,

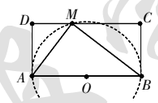
则有$\Delta=(a-2)^2-4\times4\times\frac{1}{4}=a^2-4a<0$,

所以$0<a<4$.

又q为真命题,得$2\leqslant a\leqslant5$,

所以$a\in[2,4)$.

20.解:由题意,若命题p为真,如图,由于$AM\perp BM$,则点M在以AB为直径的圆上,所以直线CD与圆O有公共点,



因此$d=AD=1\leqslant R=\frac{a}{2}$,解得$a\geqslant2$.

若q为真,则有$\Delta=(a-3)^2-4<0\Rightarrow1<a<5$.

由题可知,p,q为一真一假,则$\begin{cases}a<2,\\1<a<5\end{cases}$或$\begin{cases}a\geqslant2,\\a\leqslant1\text{或}a\geqslant5,\end{cases}$

解得$a\in(1,2)\cup[5,+\infty)$.

21.解:(1)若$x_0\in(1,+\infty)$,则$|x_0|>1$,则$5+|x_0|>6$,即命题p为假,$\neg p$为真.

当$x>0$时,由基本不等式,得$\frac{1}{4x}+81x\geqslant2\sqrt{\frac{1}{4x}\cdot81x}=9$(当且仅当$\frac{1}{4x}=81x$,即$x=\frac{1}{18}$时取等号).

又$a=9$,即命题q为真,$\neg q$为假,

故$\neg p$为真命题,$p\vee q$为真命题,$(\neg p)\wedge(\neg q)$为假命题.

(2)由命题r:$\exists x_0\in\mathbf{R},x_0^2+2x_0+a-9\leqslant0$为真,

即$\Delta=4-4(a-9)\geqslant0$,

解得$a\leqslant10$.

由(1),得当q为真时,$a\leqslant9$.

$\therefore$“$a\leqslant10$”是“$a\leqslant9$”的必要不充分条件,

故r成立是q成立的必要不充分条件.

22.解:由$(4x-3)^2\leqslant1$,得$\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant1$,

令$A=\{x|\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant1\}$.

由$x^2-(2a+1)x+a(a+1)\leqslant0$,得$a\leqslant x\leqslant a+1$,

令$B=\{x|a\leqslant x\leqslant a+1\}$.

由$\neg p$是$\neg q$的必要不充分条件,得p是q的充分不必要条件,即$A\subsetneqq B$,

$\therefore\begin{cases}a\leqslant\frac{1}{2},\\a+1\geqslant1,\end{cases}$ $\therefore0\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$.

$\therefore$实数a的取值范围是$[0,\frac{1}{2}]$.

第16期

2版 《堂堂清》

§2.1.1 椭圆及其标准方程

1.D. 2.D. 3.$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. 4.A.

5.B. 6.C. 7.C. 8.$\frac{x^2}{9}+\frac{16}{9}y^2=1$.

9.解:因为$|PF_1|+|PB|=4-|PF_2|+|PB|\leqslant4+|BF_2|$,

所以$\triangle PBF_1$的周长$\leqslant4+|BF_2|+|BF_1|=8$,

所以当P点位于直线BF_2与椭圆的交点处时,$\triangle PBF_1$周长最大,最大值为8.

§2.1.2 椭圆的简单几何性质

1.B. 2.C. 3.D. 4.B.

5.4或8. 6.A. 7.D.

8.$[\frac{1}{2},1)$. 9.9.

10.解:(1)将点$(0,4)$代入椭圆C的方程,得$\frac{16}{b^2}=1$,

$\therefore b=4$.

又$e=\frac{c}{a}=\frac{3}{5}$,则$\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{9}{25}$,

$\therefore1-\frac{16}{a^2}=\frac{9}{25}$,$\therefore a=5$,

$\therefore$椭圆C的方程为$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

(2)过点$(3,0)$且斜率为$-\frac{4}{5}$的直线方程为$y=-\frac{4}{5}\cdot(x-3)$,

设直线与椭圆C的交点为$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,将直线方程$y=-\frac{4}{5}(x-3)$代入椭圆方程得$\frac{x^2}{25}+\frac{(x-3)^2}{25}=1$,即$x^2-3x-8=0$.

由根与系数的关系得$x_1+x_2=3$,所以线段AB中点的横坐标为$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3}{2}$,纵坐标为$-\frac{4}{5}\times(\frac{3}{2}-3)=-\frac{6}{5}$,即所截线段的中点坐标为$(\frac{3}{2},-\frac{6}{5})$.

3版 同步分层能力测试题(三)

基础练

一、选择题

1~6.AABDDC.

提示:

1.由椭圆的方程$9x^2+4y^2=1$,化简得$\frac{x^2}{\frac{1}{9}}+\frac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$,所以$b^2=\frac{1}{9}\Rightarrow b=\frac{1}{3}$,所以椭圆的短轴长为$2b=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

故选A.

2.设椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,因为点$(\frac{5}{2},-\frac{3}{2})$在椭圆上,

所以$\begin{cases}\frac{25}{4a^2}+\frac{9}{4b^2}=1,\\a^2-b^2=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\sqrt{10},\\b=\sqrt{6},\end{cases}$所以椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{6}=1$.故选A.

3.由椭圆定义可得$\triangle MNF_2$的周长为$|MN|+|MF_2|+|NF_2|=$